

Experimentelle Untersuchungen
zum Ablauf
der Dreiteilchen - Kernreaktion
 $^{10}\text{B}(\text{d}, 3\alpha)$ bei $E_{\text{d}} = 360 \text{ keV}$

DISSERTATION

zur

Erlangen des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
der

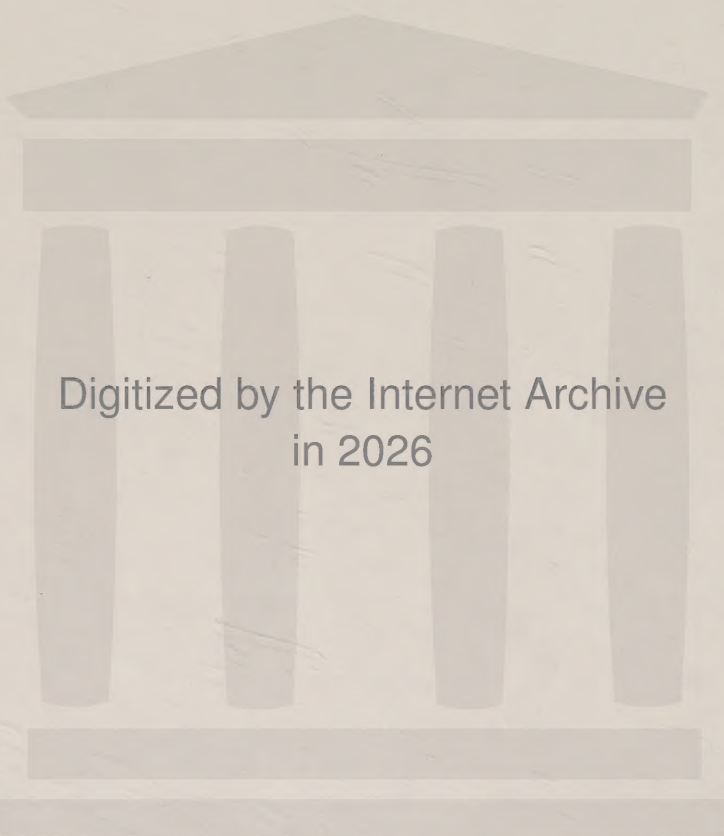
Abteilung für Physik
und Astronomie

an der Ruhr - Universität Bochum

von

Uwe Nocken
aus Schwelm

Bochum 1976



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546609_0030

Experimentelle Untersuchungen
zum Ablauf
der Dreiteilchen-Kernreaktion
 $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ bei $E_d = 360 \text{ keV}$

DISSERTATION

zur

Erlangen des Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften

der

Abteilung für Physik
und Astronomie

an der Ruhr-Universität Bochum



von

Uwe Nocken
aus Schwelm

Bochum 1976



Dissertation eingereicht am . 23.1.1976
Tag der mündlichen Prüfung . 10.2.1976
Referent: Prof. Dr. D. Kamke
Korreferent Prof. Dr. W. Glöckle

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird über eine - soweit möglich - vollständige Messung der Energie-Winkelkorrelation der Dreiteilchen-Kernreaktion $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ bei der Einschußenergie von $E_d = 360 \text{ keV}$ berichtet. Durch die Messung der Koinzidenzereignisse in zwei Detektoren unter 24 Zwischenwinkeln in koplanarer Geometrie mit dem Einfallsstrahl wird die "Dalitz-Ebene" in einem großen Bereich überdeckt. Die Datenanalyse wird durch die Berücksichtigung der endlichen Öffnungswinkel und der unterschiedlichen Teilchenbremsungen erschwert. Hier mußte ein besonderes Verfahren zur Projektion auf die mittleren kinematischen Kurven entwickelt werden, welches auch die korrekte Einordnung von "Summen-Piks" gestattet. Aus den Projektionen wurden absolute differentielle Dreiteilchen-Wirkungsquerschnitte bestimmt.

Da eine exakte Theorie der Dreiteilchen-Reaktion mit zusammengesetzten Kernen im Endzustand nicht bekannt ist, werden drei bekannte Modelltheorien (Sch70, Gi70, Zi75) zur vergleichenden Analyse benutzt. Der Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen zeigt:

1. Die Reaktion läuft als Stufenprozeß über ^8Be ab. Es wird erstmals nachgewiesen, daß auch der zweite angeregte Zustand von ^8Be bei solch niedriger Einschußenergie beteiligt ist.
2. Am Reaktionsablauf sind Compoundzustände des ^{12}C mit den Daten 3^- und 4^+ beteiligt.

Weiter zeigt sich, daß die Theorien verbessert werden müssen, da der beste erreichte Wert für χ^2/n_F bei sechs liegt. Trotz der relativ pauschalen Berücksichtigung der α - α -Wechselwirkung durch einen Resonanz-Nenner liefert das Modell von Schäfer (Sch70) bisher noch die besten Ergebnisse.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
<u>Einleitung</u>	1
1. <u>Experimentelle und theoretische Grundlagen</u>	4
1.1 Beschreibung der Einzelspektren	6
1.2 Kinematik	8
1.3 Wirkungsquerschnitt und Phasenraumfaktor	12
1.4 Zerlegung des Wirkungsquerschnittes nach Drehimpulsen und seine Antisymmetrisierung	15
1.5 Modelle für den Übergangsoperator	19
1.5.1 Das Modell von Schäfer	20
1.5.2 Das Modell von Giorni	23
1.5.3 Die Modelle von Ziemińska und Dalitz	27
1.5.4 Vergleich der Modelle	29
1.6 Vorüberlegungen zu den Experimenten	32
2. <u>Durchführung der Messungen</u>	36
2.1 Streukammer, Target, Detektoren	37
2.2 Elektronische Meßapparatur	40
2.3 Gang der Messungen	44
3. <u>Aufbereitung der Meßdaten</u>	47
3.1 Energieeichung und kinematische Kontrolle der Koinzidenzspektren	47
3.2 Echte und zufällige Koinzidenzen	49
3.3 Projektion auf die mittlere kinematische Kurve	51
3.3.1 Vorbetrachtungen zur Projektion	51
3.3.2 Beschreibung des Projektionsverfahrens	55
3.3.3 Diskussion des benutzten Projektionsverfahrens	60
3.4 Normierung der gemessenen Daten	63
3.4.1 Normierungsverfahren	63
3.4.2 Absolute differentielle Dreiteilchen-Wirkungsquerschnitte	67
3.4.3 Fehler der Dreiteilchen-Wirkungsquerschnitte	71
3.4.4 Normierung des Quadrates der Übergangswahrscheinlichkeit	73
4. <u>Vergleich der Meßergebnisse mit theoretischen Rechnungen</u>	
4.1 Vorüberlegungen zur Auswahl der Parameter	74
4.2 Modell-Annahme: Ein-eindeutiger Satz der Werte für $s, \lambda, J^\pi, L_1, \ell$ reicht zur Beschreibung der Reaktion aus	78
4.3 Modell-Annahme: Der Reaktionsablauf kann durch $\ell_1 = 2, \ell_2 = 4$ und einen eindeutigen Satz der Parameter $s, \lambda, J^\pi, L_1, L_2$ beschrieben werden	87
4.4 Modell-Annahme. Der Reaktionsablauf kann durch $\ell_1 = 2, \ell_2 = 4$ und zwei Sätze der Parameter $s, \lambda, J^\pi, L_1, L_2$ beschrieben werden	98

4.4.1	Parametersätze mit verschiedenen Kanalspins	100
4.4.2	Parametersätze mit gleichen Kanalspins	102

5. Diskussion

5.1	Folgerungen aus dem Vergleich der Modellrechnungen mit den Meßwerten	114
5.1.1	Reaktionsmechanismus	114
5.1.2	Am Reaktionsablauf beteiligte ^8Be -Zustände	115
5.1.3	Diskussion der Modelle	116
5.1.4	Am Reaktionsablauf beteiligte ^{12}C -Zustände	118
5.2	Vergleich mit den Ergebnissen von Assimakopoulos und Gangas	120
5.3	Zusammenstellung der Ergebnisse und Ausblick	122

Anhang

A.1	Abschätzung der Niveaudichte des ^{12}C bei einer Anregungsenergie von 25,5 MeV nach einem Fermi-Gas Modell	125
A.2	Winkelverteilung der Reaktion $^{10}\text{B}(d, \alpha_0) ^8\text{Be}$	127

Quellenverzeichnis

129

Einleitung

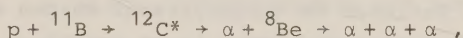
Kernreaktionen mit drei Teilchen im Ausgangskanal werden seit etwa fünfzehn Jahren intensiv untersucht. Dies liegt sowohl an den Fortschritten der Experimentiertechnik als auch an der Möglichkeit, kernphysikalische Informationen zu gewinnen, die man aus der Untersuchung von Kernreaktionen mit zwei Teilchen im Ausgangskanal nicht erhalten kann. Das Paradebeispiel hierfür ist die Messung der n-n-Streulänge durch Dreiteilchen-Reaktionen.

Die theoretische Behandlung der Dreiteilchen-Reaktionen ist allerdings komplizierter als die der Zweiteilchen-Reaktionen. Eine Zweiteilchen-Reaktion läuft über eine diskrete Anzahl von Reaktionskanälen ab, die durch die Bindungszustände der entstehenden Restkerne gegeben ist. Bei Dreiteilchen-Reaktionen hat man es dagegen mit unendlich vielen Reaktionskanälen zu tun, da der "Restkern" bezüglich eines Teilchens im Ausgangskanal ein Zustand aus dem Kontinuum der Streuzustände der anderen beiden Teilchen ist.

Beim einfachsten Falle - dem Dreinukleonensystem - sind in der neueren Zeit durch die Lösung der Faddeev-Gleichungen theoretische Fortschritte erzielt worden. Bei Reaktionen mit drei zusammengesetzten Endprodukten ist man dagegen auf Modellvorstellungen angewiesen, da für diese eine strenge quantenmechanische Theorie bisher nicht existiert. Die Ergebnisse der Theorie des Dreinukleonensystems können auf diese Reaktionen angewandt werden, wenn der Reaktionsmechanismus näherungsweise durch die Wechselwirkungen von drei Clustern bestimmt wird, die sich während des Ablaufs der Reaktion nicht verändern. Deshalb sind Reaktionen mit drei α -Teilchen im Endzustand besonders interessant. Wegen der großen Stabilität dieser Teilchen werden sie sich nach ihrer Bildung im weiteren Reaktionsablauf nicht verändern, und sie können deshalb modellmäßig als drei spinlose Elementarteilchen aufgefaßt werden.

Von den Kernreaktionen mit drei freien α -Teilchen im Endzustand wurde die Reaktion $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ besonders häufig untersucht (siehe die in Aj74 und Aj75 zitierten Arbeiten). Die Meßergebnisse bei Protoneneinschußenergien bis zu etwa 5 MeV konnten zunächst

qualitativ durch einen Reaktionsablauf in mehreren Stufen erklärt werden:



wobei der ${}^8\text{Be}$ -Kern im Grund- und im ersten angeregten Zustand entsteht. Eine Ausnahme hiervon schien zunächst die Resonanz ${}^{12}\text{C}^*$ (16,1 MeV) bei $E_p = 163 \text{ keV}$ zu bilden (De64, De65). Schäfer (Sch70) gelang es erstmals durch Entwicklung eines Modells des Stufenzerfalls aus einem quantenmechanischen Dreikörper-Ansatz, die gemessenen Daten bei geringen Protoneneinschußenergien konsistent zu beschreiben. Krug (Kr72) wandte das Schäfer-Modell auf Messungen mit Einschußenergien bis zu 4 MeV an und fand ebenfalls gute Übereinstimmung zwischen dieser Theorie und seinen experimentellen Ergebnissen.

Bei weiterer Erhöhung der Einschußenergie wird es fraglich, ob die Reaktion hauptsächlich über die Bildung eines Compoundkernes im ${}^{12}\text{C}$ abläuft, da dann direkte Reaktionsmechanismen zunehmend an Bedeutung gewinnen. Zur Untersuchung, ob das Modell des Stufenprozesses auch den α -Zerfall von höher angeregten Zuständen des ${}^{12}\text{C}$ richtig beschreibt, verwendet man deshalb besser eine Reaktion, die eine höhere Wärmetönung besitzt. Hier bietet sich die Reaktion ${}^{10}\text{B} + d$ an: Der freie Zustand von ${}^{10}\text{B} + d$ liegt 25,12 MeV über dem Grundzustand des ${}^{12}\text{C}$, während der freie Zustand von ${}^{11}\text{B} + p$ bei 15,96 MeV im ${}^{12}\text{C}$ -Termschema liegt. Also erreicht man mit ${}^{10}\text{B} + d$ bereits bei kleinen Einschußenergien hoch angeregte Zustände des ${}^{12}\text{C}$.

Die Untersuchung dieser Reaktion ist auch aus anderen Gründen interessant: Schäfer zeigte, daß der differentielle Dreiteilchenwirkungsquerschnitt erheblich von dem Spin und von der Parität des ${}^{12}\text{C}$ -Compoundzustandes und vom Kanalspin des Eingangskanals abhängt. Bei der Reaktion ${}^{11}\text{B} + p$ kann der Kanalspin nur die Werte 1 oder 2 annehmen, bei der Reaktion ${}^{10}\text{B} + d$ sind dagegen die Kanalspins 2, 3 und 4 möglich. Man kann also anhand dieser Reaktion das Modell auch bei größeren Werten des Kanalspins testen. Weiterhin kann man prüfen, ob das Modell dazu in der Lage ist, spektroskopische Informationen zu liefern. Bei den bisherigen Anwendungen des Modells

wurden nur solche Fälle untersucht, bei denen die Reaktion im wesentlichen über ein isoliertes Compoundniveau mit bekanntem Spin und bekannter Parität abläuft (Sch70, Kr72, Hu72, Wi72). Wegen der größeren Zustandsdichte bei der Anregungsenergie von mehr als 25 MeV im ^{12}C können mehrere Compoundniveaus zum Reaktionsablauf beitragen, deren Spins und Paritäten bisher unbekannt sind. Über diese Größen kann man Informationen gewinnen, wenn das Modell die experimentellen Wirkungsquerschnitte auch bei der hohen Anregungsenergie hinreichend gut beschreibt.

Das Schäfer-Modell behandelt die Abhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnittes von den auftretenden Drehimpulsen im Rahmen eines Modells von drei elementaren α -Teilchen exakt. Bei der Beschreibung der Reaktionsdynamik - insbesondere bei der Berücksichtigung der α - α -Endzustandswechselwirkung - ist er auf Näherungen angewiesen. Andere Autoren (Gi70, Go70, Zi75, siehe auch die in Aj75 zitierten Arbeiten) können mit unterschiedlichen Ansätzen für diese Wechselwirkung ihre gemessenen Daten ebenfalls gut beschreiben. Die einzelnen Modelle wurden bisher nur auf verschiedene Meßergebnisse angewandt. Der Vergleich zwischen Theorie und Experiment erfolgte häufig nur qualitativ oder nur an wenigen Meßpunkten. Deshalb ist es wichtig, verschiedene Modelle auf einen einzigen größeren Satz von Meßdaten anzuwenden, um die Ergebnisse der Modelle miteinander vergleichen zu können. Die Meßergebnisse dieser Arbeit werden mit numerischen Rechnungen nach dem Modell von Schäfer (Sch70), dem von Giorni (Gi70) und dem erst kürzlich veröffentlichten Modell von Ziemińska und Dalitz (Zi75) verglichen. Der Ansatz für die α - α -Endzustandswechselwirkung ist, wie später gezeigt wird, in allen drei Arbeiten verschieden.

1. Experimentelle und theoretische Grundlagen; Ziel der Arbeit

Die Reaktion $^{10}\text{B}(d, 3\alpha)$ wurde von verschiedenen Autoren mit unterschiedlichen Zielsetzungen untersucht (siehe die in Aj74 und Aj75 zitierten Arbeiten). Einige Autoren gehen davon aus, daß die Reaktion bis zu Einschußenergien von einigen MeV über die Bildung eines Compoundzustandes im Zwischenkern ^{12}C abläuft (siehe z.B. Va75). Untersuchungen über den Reaktionsablauf von Lambert et al (La71) zeigen, daß die Beschreibung durch einen Compoundmechanismus bei einer Einschußenergie von 0,4 MeV richtig ist, daß aber bei Einschußenergien oberhalb von 0,7 MeV direkte Prozesse einen wesentlichen Beitrag liefern. Andererseits zeigen DWBA-Analysen von Roy et al (Ro75) bei $E_d = 3,5 - 5$ MeV keine befriedigende Übereinstimmung mit dem Experiment. Die Autoren schließen hieraus, daß der direkte Prozeß bei diesen Einschußenergien nicht dominant ist. Die Schwierigkeit, direkten und Compound-Anteil trennen zu müssen, wird in dieser Arbeit durch die Wahl der mittleren Einschußenergie von 360 keV vermieden, da hier ein reiner Compoundmechanismus angenommen werden kann (La71).

Wie schon in der Einleitung erwähnt, kann der Zerfall des ^{12}C in drei α -Teilchen durch das Modell des Stufenprozesses beschrieben werden. Anschaulich bedeutet dieses, daß in der ersten Stufe ein α -Teilchen und ein ^8Be -Kern entsteht. Der ^8Be -Kern, der im Grund- oder in einem angeregten Zustand entstanden ist, zerfällt in der zweiten Reaktionsstufe in zwei weitere α -Teilchen. Der beschriebene Reaktionsablauf wird anhand des Termschemas in Fig.1.1 deutlich. Der freie Zustand von $^{10}\text{B} + d$ liegt 25,188 MeV über dem Grundzustand von ^{12}C . Bei der mittleren Einschußenergie von 360 keV wird der ^{12}C -Compound-Kern mit einer Anregungsenergie von 25,488 MeV gebildet. In der Umgebung dieser Anregungsenergie sind nur wenige ^{12}C -Niveaus bekannt, die durch α -Emission zerfallen (Aj75, Ja73). Sie sind im Termschema durch stärkere Striche hervorgehoben. Es ist zunächst offen, ob die Reaktion bei dieser hohen Anregungsenergie im wesentlichen über einen oder einige wenige isolierte Compound-Niveaus abläuft, oder ob viele breite Niveaus zu dem Wirkungsquerschnitt beitragen. Assimakopoulos et al (As68)

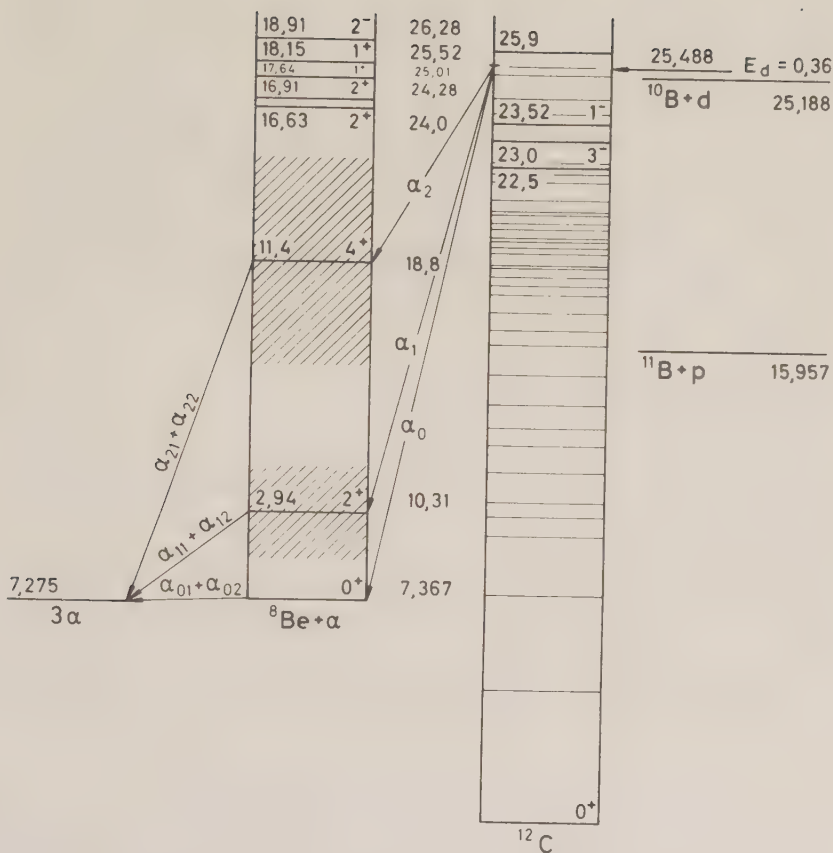


Fig. 1.1: Energieniveaus der Kerne ^{12}C (vereinfacht) und ^8Be . Im ^{12}C -Termschema sind die Zustände in der Nähe von 25 MeV, die durch α -Emission zerfallen, durch stärkere Striche hervorgehoben. Niveaudaten aus (Aj74, Aj75, Ja73)

geschlossen aus ihrer Datenanalyse, daß die Reaktion bei der Einschußenergie von 400 keV im wesentlichen über die Anregung eines einzelnen 2^+ -Niveaus im ^{12}C erfolgt.

Stufenzerfall zu $^8\text{Be} + \alpha$ ist bei der gewählten Einschußenergie über den ^8Be -Grundzustand und über die angeregten Zustände bei

2,9 MeV, 11,4 MeV, 16,63 MeV, 16,91 MeV und 17,64 MeV des ^8Be energetisch möglich. In (As68) wird die Meinung vertreten, daß nur der Grund- und der erste angeregte Zustand zum Wirkungsquerschnitt beitragen.

Ein wesentliches Ziel dieser Arbeit ist es, zu überprüfen, ob die Reaktion über die Bevölkerung eines einzigen Niveaus im ^{12}C abläuft, und ob der Zerfall ausschließlich über den Grund- und ersten angeregten Zustand des ^8Be erfolgt. Beide Annahmen sind bei der hohen Anregungsenergie zunächst zu bezweifeln und müssen experimentell geprüft werden.

1.1 Beschreibung der Einzelspektren

Aus der Messung von Teilchenspektren mit nur einem Detektor kann man nur wenig Information über den Ablauf der Reaktion $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ gewinnen. Ein typisches Einzelspektrum ist in Fig.1.2 gezeigt. Als deutliche α -Linie ist nur die α_0 -Linie, die zu dem schmalen ^8Be -Grundzustand führt, zu erkennen. Die α_1 -Linie zeigt sich wegen der Breite des ^8Be -Zustandes bei 2,94 MeV als breiter Buckel, der zu niedrigen Energien hin in ein nur wenig strukturiertes Kontinuum von α -Teilchen übergeht, welches bis zu den kleinsten meßbaren Energien reicht. (In dem in Fig.1.2 gezeigten Spektrum sind allerdings wegen der Nickelfolie nur α -Teilchen mit Energien größer als 2 MeV nachgewiesen).

Neben α -Teilchen erhält man im Einzelspektrum eine Reihe von Protonenlinien, die zu der Reaktion $^{10}\text{B}(d,p)^{11}\text{B}$ gehören. Neben der Protonengruppe p_0 , die zum Grundzustand des ^{11}B führt, findet man Protonenlinien p_1 - p_6 , die zu den entsprechenden angeregten ^{11}B -Zuständen gehören. In dem gezeigten Spektrum sind außerdem noch Linien zu finden, die durch Verunreinigung des Targets mit ^{12}C und durch einen Rest von ^{11}B hervorgerufen werden.

Bei Reaktionen mit z w e i T e i l c h e n i m A u s g a n g s k a n a l sind bei festem Eingangskanal durch die Festlegung einer Raumrichtung und die Messung der Energie eines Reaktionspartners alle kinematischen Variablen bestimmt. Bei D r e i -

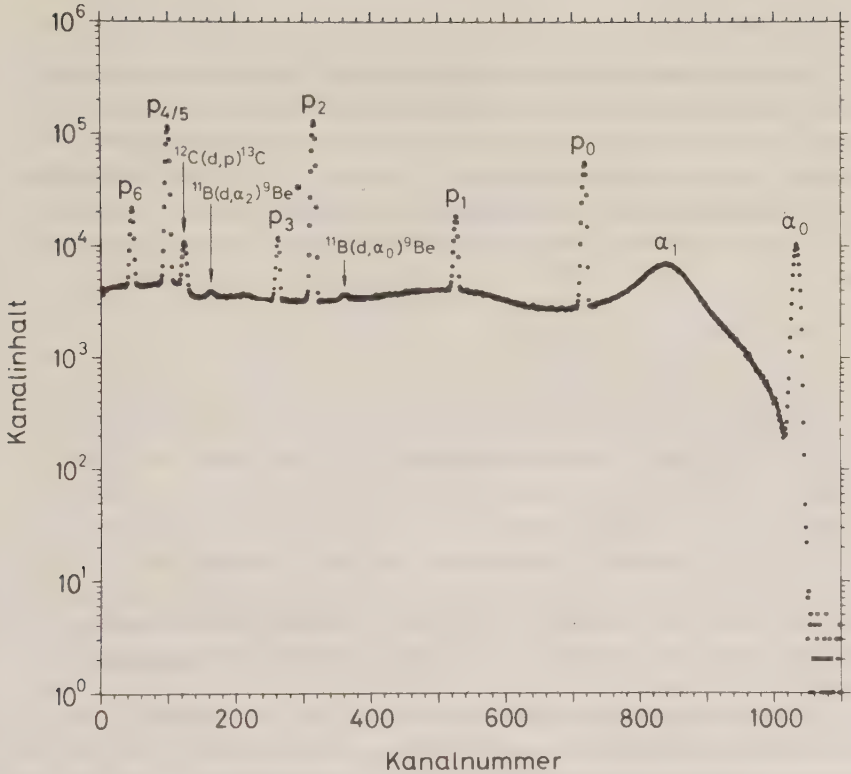


Fig. 1.2: Teilchenspektren aus der Reaktion von 400 keV Deuteronen mit einem zu 97% angereicherten ^{10}B -Target (Massenbelegung $120 \mu\text{g}/\text{cm}^2$) Beobachtungsrichtung $\theta = 45^\circ$ (Laborsystem). Vor dem Detektor befinden sich eine $2,54 \mu\text{m}$ dicke Nickelfolie, die den Eintritt der elastisch gestreuten Deuteronen in den Detektor verhindert.

teilchen-Reaktionen benötigt man hingegen zur vollständigen Bestimmung der kinematischen Variablen Informationen über ein zweites auslaufendes Teilchen. Deshalb reicht die Messung von Einzelspektren zu einer Analyse der untersuchten Reaktion nicht aus. Hier sind Koinzidenzexperimente erforderlich. Dies wird im folgenden Abschnitt bei der Betrachtung der Kinematik von Dreiteilchenreaktionen deutlicher.

1.2 Kinematik ⁺⁾

Zur Durchführung der Rechnungen in der vorliegenden Arbeit werden an verschiedenen Stellen kinematische Beziehungen, wie z.B. Transformationsformeln zwischen Labor- und Schwerpunktsystem, benötigt. Da diese Formeln in der Literatur zu finden sind (siehe z.B. Kr72, Ka65, Ka69, Ka72, Ha73, Ka74, Oh65), werden hier nur Beziehungen behandelt, die zum Verständnis der Arbeit wichtig sind.

Bei Reaktionen der Form

$$(1.2.1) \quad G + T \rightarrow 1 + 2 + 3$$

ist der Endzustand eindeutig festgelegt, wenn die Impulsvektoren $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ der drei Teilchen bekannt sind. Die neun Vektorkomponenten sind jedoch nicht unabhängig voneinander. Der Impulssatz liefert drei Gleichungen und der Energiesatz eine Gleichung zwischen den neun skalaren Variablen. Ist die Einschußenergie E_0 und sind die Massen m_0, m_T, m_1, m_2, m_3 (und ist damit auch der Q-Wert der Reaktion) bekannt, so genügt die Messung von fünf unabhängigen skalaren Größen, um das System eindeutig festzulegen.

Im Laborsystem definiert man meist ein Polar-Koordinatensystem mit dem Targetmittelpunkt als Ursprung und der z-Achse in Richtung des einfallenden Strahls. Den Nullpunkt für den Azimutwinkel ϕ kann man bei polarisationsunempfindlichen Experimenten frei wählen. Werden zwei Teilchen, die aus derselben Reaktion stammen, in zwei Detektoren nachgewiesen, so sind durch die Aufstellung der Detektoren vier Variable, nämlich $\theta_1, \phi_1, \theta_2, \phi_2$, gegeben. Wird in einem der beiden Detektoren auch die Energie des Teilchens gemessen, sind die fünf nötigen Koordinaten bestimmt. Bei der Messung eines Einzelspektrums wie in Fig.1.2 sind hingegen nur drei Variable bekannt. Wegen der Integration über θ_2 und ϕ_2 spricht man in diesem Fall von einem kinematisch unvollständigen Dreiteilchenexperiment.

⁺⁾ In dieser Arbeit werden kinematische Größen im Laborsystem durch große Buchstaben, im Schwerpunktsystem durch kleine Buchstaben gekennzeichnet. Der Index 0 bezieht sich auf das Ge-schoßteilchen. Alle Rechnungen gelten in nichtrelativistischer Näherung.

Bei den Messungen zur vorliegenden Arbeit wurden - wie bei fast allen modernen Dreiteilchen-Experimenten - bei jedem Koinzidenzereignis die Energien in beiden Detektoren gemessen. Da man in diesem Fall sechs Größen mißt, ist das System überbestimmt. Bei festen Richtungen $\Theta_1, \Phi_1, \Theta_2, \Phi_2$ kann man die Energie E_2 in Abhängigkeit von E_1 ausrechnen. Alle Koinzidenzereignisse liegen auf der sogenannten kinematischen Kurve, die gegeben ist durch:

$$(1.2.2) \quad E_2^{\pm} = \frac{m_2}{2} \cdot (A \pm \sqrt{B + A^2})^2$$

mit:

$$(1.2.3) \quad A = (\sqrt{2m_0 E_0} \cdot \cos\Theta_2 - \sqrt{2m_1 E_1} \cdot \cos\psi_{21}) / (m_2 + m_3)$$

$$(1.2.4) \quad B = 2 \cdot [m_3 \cdot (Q + E_0) - m_0 E_0 - (m_1 + m_3) \cdot E_1 + 2 \cdot \sqrt{m_0 E_0 m_1 E_1} \cdot \cos\Theta_1] \\ / [m_2 \cdot (m_2 + m_3)]$$

$$(1.2.5) \quad \cos\psi_{21} = \cos\Theta_1 \cdot \cos\Theta_2 + \sin\Theta_1 \cdot \sin\Theta_2 \cdot \cos(\Phi_2 - \Phi_1)$$

ψ_{21} ist der Winkel zwischen den Flugrichtungen der beiden Teilchen, Q die Energietönung der Reaktion.

Im Schwerpunktsystem erfolgt der Dreiteilchenzerfall aufgrund des Impulssatzes koplanar. Die Energie e_2 in Abhängigkeit von e_1 hängt nicht - wie in (1.2.2) - von dem Winkel zwischen den Detektoren und der Einschußrichtung, sondern nur vom Betrag des Winkels zwischen den Detektoren ab:

$$(1.2.6) \quad e_2^{\pm} = [\pm \sqrt{m_3 \cdot (m_2 + m_3)} \cdot t_0 - ((m_1 + m_3) \cdot (m_2 + m_3) - m_1 \cdot m_2 \cdot \cos^2\psi_{21}) \cdot e_1 - \\ - \sqrt{m_1 \cdot m_2 \cdot e_1} \cdot \cos\psi_{21}]^2 / (m_2 + m_3)^2$$

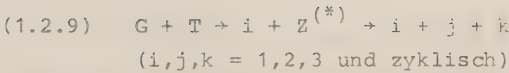
dabei ist

$$(1.2.7) \quad t_0 = Q + \frac{m_T}{m_0 + m_T} \cdot E_0 = e_1 + e_2 + e_3$$

die Gesamtenergie im Schwerpunktsystem und ψ_{21} der Zwischenwinkel im Schwerpunktsystem (vergleiche 1.2.5):

$$(1.2.8) \quad \cos\psi_{21} = \cos\vartheta_1 \cdot \cos\vartheta_2 + \sin\vartheta_1 \cdot \sin\vartheta_2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Bei einem Stufenprozeß



muß die innere Energie $e_{\text{rel}}^{(i)}$ der Teilchen j und k gleich der Bindungsenergie des (möglicherweise angeregten) Zwischenkerns $Z^{(*)}$ sein. Für diese Relativenergie der Teilchen j und k im Schwerpunktsystem des Zwischenkerns erhält man

$$(1.2.10) \quad e_{\text{rel}}^{(i)} = t_0 - \left(1 + \frac{m_i}{m_j + m_k}\right) \cdot e_i$$

Gleichung (1.2.10) gibt die Tatsache wieder, daß bei einem Stufenzerfall über ein bestimmtes Niveau im Zwischenkern das erste Teilchen im Schwerpunktsystem mit fester Energie emittiert wird. Die Punkte gleicher Relativenergie $e_{\text{rel}}^{(i)}$ liegen also in einem $e_j e_k$ -Diagramm auf einer Geraden.

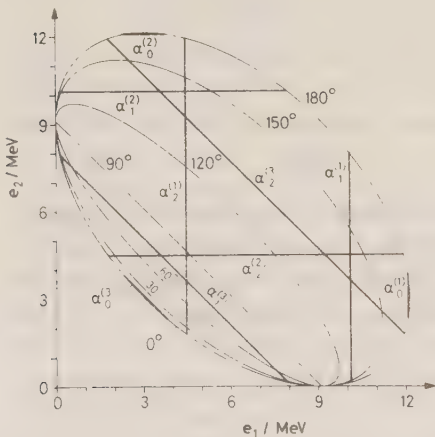


Fig. 1.3: Kinematische Kurven und Zerfallsgeraden im Schwerpunktsystem

Fig.1.3 zeigt ein $e_1 e_2$ -Diagramm für die Reaktion $^{10}\text{B} + d$ bei $E_d = 360$ keV. Eingezeichnet sind die Kurven konstanten Zwischenwinkels im Schwerpunktsystem und die Zerfallsgeraden für den Grundzustand und die ersten beiden angeregten Zustände des ^8Be . Bei der Bezeichnung der Zerfallsgeraden mit $\alpha_m^{(i)}$ gibt m den Zustand des Zwischenkerns ^8Be an. Der Teilchenindex i bedeutet, daß im Stufenprozeß zuerst das Teilchen i

emittiert wird, während die Teilchen j und k den Zwischenkern ^8Be bilden ($i, j, k = 1, 2, 3$ und zyklisch, vergleiche hierzu auch Fig.1.1). Da bei der untersuchten Reaktion die drei Teilchen im Ausgangskanal gleiche Massen haben, vereinfachen sich die kinematischen Gleichungen und werden symmetrisch in den Teilchenindizes.

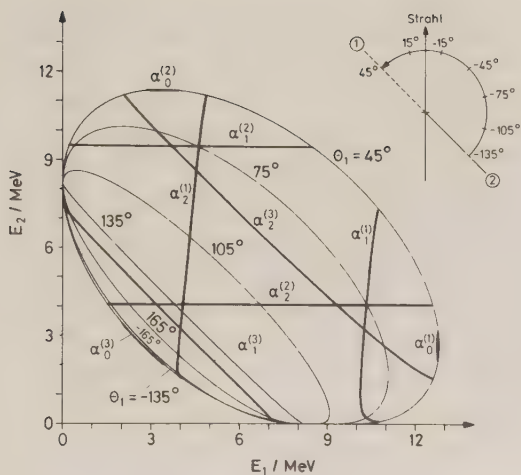


Fig. 1.4: Kinematische Kurven und Zerfallskurven im Laborsystem. $\theta_2 = -135^\circ$. θ_1 wird von 45° über 0° nach -135° bewegt

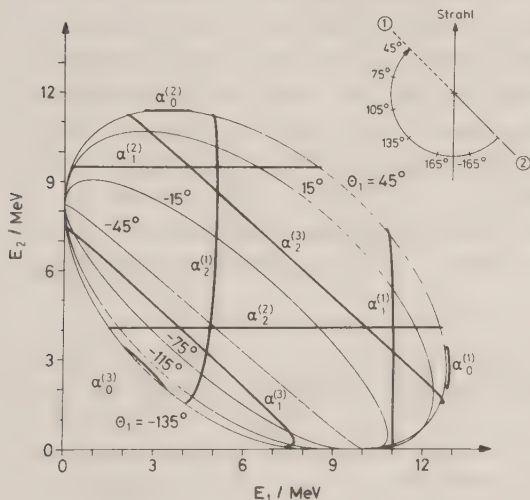


Fig. 1.5: Kinematische Kurven und Zerfallskurven im Laborsystem. $\theta_2 = -135^\circ$. θ_1 wird von 45° über 180° nach -135° bewegt

Im Schwerpunktsystem ergibt sich also das einfache Bild, daß man allen Stufenzerfällen, die über einen bestimmten Zwischenkern erfolgen, eine Gerade im $e_1 e_2$ -Diagramm zuordnen kann. In dem Schnittpunkt der kinematischen Kurve mit dieser Zerfallsgeraden wird man bei der zugehörigen Winkelstellung Koinzidenzen finden, falls die Reaktion über die entsprechenden Stufen abläuft. Da es aber unmöglich ist, im Schwerpunktsystem zu messen, ist ein direkter Vergleich zwischen Experimenten und der Fig. 1.3 nicht möglich. Hierzu muß man sich ein ähnlich vollständiges Bild im Laborsystem beschaffen.

Kinematische Kurven und die Kurven gleicher Relativenergie hängen im Laborsystem nicht nur von dem Betrag des Winkels zwischen beiden Detektoren, sondern auch von den Detektor-

winkeln selbst ab. Deshalb sind zusätzliche Parameter festzulegen, um Rechnungen durchführen zu können. Zur Berechnung der Kurven in den Fig.1.4 und 1.5 wurde angenommen, daß der Detektor 2 unter dem Laborwinkel $\Theta_2 = 135^\circ$ festgehalten wird ($\Phi_2 = :180^\circ$), während Detektor 1 in der Ebene, die durch die Richtung von Detektor 2 und die Einschußrichtung gegeben ist, bewegt wird (also $\Phi_1 = 0^\circ$ oder 180°). Diese Bedingungen entsprechen dem ausgeführten Experiment. Variiert man unter diesen Randbedingungen den Winkel zwischen den Detektoren zwischen 0° und 180° , so erhält man zwei Diagramme, die zu der Änderung des Zwischenwinkels in positiver und negativer Richtung gehören. In den Fig.1.4 und 1.5 sind diese Diagramme gezeigt. (Um die Beschriftung zu vereinfachen, sind in den Figuren Detektorstellungen mit $\Phi_1 = 0^\circ$ durch positive Θ_1 -Werte, mit $\Phi_1 = 180^\circ$ durch negative Θ_1 -Werte gekennzeichnet). Weil der Detektor 2 unter festem Winkel steht, bleiben die Zerfallskurven $\alpha_m^{(2)}$ auch im Laborsystem Geraden; denn für die erste Stufe des Zerfallsprozesses gilt die Zweiteilchenkinematik. Bei den anderen Zerfallskurven und bei den kinematischen Kurven erkennt man noch eine deutliche Ähnlichkeit mit den entsprechenden Kurven des Schwerpunktsystems. Dies ist zu erwarten, da bei der geringen Einschußenergie und dem hohen Q-Wert der Reaktion die Schwerpunktgeschwindigkeit vergleichsweise klein ist. (Bei Reaktionen mit hoher Einschußenergie und negativem Q-Wert ist eine solche Ähnlichkeit nicht mehr zu erkennen. Siehe Ka72). Anhand der Fig.3.4 und 3.5 ist eine Vorhersage möglich, an welchen Stellen im gemessenen $E_1 E_2$ -Diagramm eine Anhäufung von Koinidenzen beobachtet wird, wenn die Reaktion (bevorzugt) über die Anregung der eingezeichneten ^8Be -Niveaus abläuft.

1.3 Wirkungsquerschnitte und Phasenraumfaktor

Der differentielle Wirkungsquerschnitt einer Reaktion, die vom Anfangszustand i zu dem Endzustand f mit drei Teilchen im Ausgangskanal führt, hat die allgemeine Form (Go64):

$$(1.3.1) \quad d\sigma_{fi} = \left\langle \frac{2\pi}{\hbar} \int \frac{d^3\vec{p}_1 \cdot d^3\vec{p}_2 \cdot d^3\vec{p}_3}{(2\pi\hbar)^6} \cdot \delta(E_f - E_i) \cdot \delta^3(\vec{p}_f - \vec{p}_i) \frac{|T_{fi}|^2}{|\vec{v}_O - \vec{v}_T|} \right\rangle$$

Dabei bedeuten die spitzen Klammern die erforderliche Mittelung bzw. Summation über alle nicht beobachteten Quantenzahlen des Anfangs- bzw. Endzustandes. $E_{f,i}$ und $\vec{p}_{f,i}$ sind Gesamtenergie und Gesamtimpuls des End- bzw. Anfangszustandes, $\vec{v}_O$ ist die Geschwindigkeit der einlaufenden Teilchen, $\vec{v}_T$ die Geschwindigkeit der Targetatome und T_{fi} ist die reduzierte T-Matrix. Gleichung 1.3.1 gilt (in nichtrelativistischer Näherung) in jedem Inertialsystem. Die δ -Funktionen in der Gleichung folgen aus der Berücksichtigung des Energie- und Impulssatzes. Wählt man fünf unabhängige Variable q_i ($i=1\dots 5$) und drückt die Größen $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, E_f, E_i, \vec{p}_f, \vec{p}_i$ durch diese Variablen aus, so kann man die Integration über die δ -Funktionen ausführen. Gleichung 1.3.1 läßt sich dann schreiben als

$$(1.3.2) \quad d\sigma_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar \cdot |\vec{v}_O - \vec{v}_T|} \cdot \int \frac{dq_1 \cdot dq_2 \cdot dq_3 \cdot dq_4 \cdot dq_5}{(2 \cdot \pi \cdot \hbar)^6} \cdot <|T_{fi}|^2> \cdot \text{PSF}(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5)$$

Das in 1.3.2 ausgeführte Integral über die δ -Funktionen summiert alle möglichen Werte der nicht beobachteten Koordinaten auf und ergibt somit die Dichte der Zustände des Ausgangskanals im Phasenraum. Da dieser Phasenraumfaktor, wie Gleichung 1.3.1, Galilei-invariant ist (siehe Zu67), gilt für die Transformation des differentiellen Querschnitts zwischen zwei Bezugssystemen:

$$(1.3.3) \quad \frac{d^5\sigma'}{dq_1' \cdot dq_2' \cdot dq_3' \cdot dq_4' \cdot dq_5'} = \frac{\text{PSF}(q_1', q_2', q_3', q_4', q_5')}{\text{PSF}(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5)} \cdot \frac{d^5\sigma}{dq_1 \cdot dq_2 \cdot dq_3 \cdot dq_4 \cdot dq_5}$$

wobei die Größen in dem neuen Bezugssystem durch einen Strich gekennzeichnet sind.

Zur Berechnung des Phasenraumfaktors wird nun das Laborsystem ($\vec{v}_T = 0$) gewählt. Wird der Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von den Raumwinkeln Ω_1 und Ω_2 sowie der Energie E_1 des Teilchens 1 dargestellt, so erhält man (siehe Kr72, Zu67) durch Integration über die Koordinaten des dritten Teilchens und die Energie des Teilchens 2:

$$(1.3.4) \quad \text{PSF}(\Omega_1, \Omega_2, E_1) = 2 \cdot \sum_0 \frac{\sqrt{m_1^2 \cdot m_2^2 \cdot E_1 \cdot E_2}}{\left| 1 - \frac{(\vec{v}_2 \cdot \vec{v}_3)}{v_2^2} \right|}$$

Die Laborgeschwindigkeiten $\vec{V}_2$ und $\vec{V}_3$ sind dabei aus den unabhängigen Variablen Ω_1, Ω_2, E_1 zu berechnen. Das Symbol $\sum$ bedeutet die eventuell erforderliche Summation über die Nullstellen der Funktion $2 \cdot (Q + E_0) - P_1^2/m_1 + P_2^2/m_2 + (\vec{P}_0 - \vec{P}_1 - \vec{P}_2)^2/m_3$, die bei der Integration über die Impulsdeltafunktionen auftreten kann.

Für die Gleichung 1.3.2 erhält man in diesem Koordinatensystem, wenn man die endliche experimentelle Energie- und Winkelauflösung $(\Delta E, \Delta \Omega)$ in Betracht zieht:

$$(1.3.5) \quad \Delta^3_{\sigma_{fi}} = \frac{2\pi}{\hbar \cdot V_0} \cdot \int_{\Delta E_1, \Delta \Omega_1, \Delta \Omega_2} \frac{dE_1 \cdot d\Omega_1 \cdot d\Omega_2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot |T_{fi}|^2 \cdot \text{PSF}(\Omega_1, \Omega_2, E_1)$$

(In 1.3.5 wird die übliche Schreibweise $\frac{\Delta \sigma}{\Delta \Omega}$ von den Zweiteilchenreaktionen benutzt, die eigentlich $\frac{\Delta^2 \sigma}{\Delta \Omega^2}$ lauten müßte).

Bei hinreichend guter Auflösung ist T_{fi} innerhalb der dann kleinen Integrationsintervalle konstant und kann vor das Integral gezogen werden. Dagegen wird der Phasenraumfaktor (Gleichung 1.3.4) in der kinematischen Situation, in der die Teilchen 2 und 3 parallel mit gleicher Geschwindigkeit emittiert werden, singular. (Das Integral über einen endlichen Bereich bleibt allerdings endlich. Siehe Zu67). Also kann man den Phasenraumfaktor nur dann vor das Integral ziehen, wenn der kinematische Bereich in der Umgebung von $\vec{V}_2 = \vec{V}_3$ von der Betrachtung ausgeschlossen wird.

Wie in Abschnitt 1.2 erwähnt, wurde in der vorliegenden Arbeit neben den Raumwinkeln Ω_1 und Ω_2 und der Energie E_1 auch die Energie 2 gemessen. Deshalb ist es möglich, den Wirkungsquerschnitt längs der kinematischen Kurve darzustellen. (Wegen der Zweideutigkeit der Funktion $E_2 = f(E_1)$ muß hierzu auch E_2 gemessen werden). Damit wird anstelle der Energie E_1 die Bogenlänge S als fünfte kinematische Variable gewählt mit:

$$dS = \sqrt{\left(\frac{dE_2}{dE_1}\right)^2} \cdot dE_1$$

$$(1.3.7) \quad S(E_1) = \int_0^{E_1} \sqrt{1 + \left(\frac{dE_2}{dE_1}\right)^2} \cdot dE_1$$

Ist die kinematische Kurve geschlossen, so ist in 1.3.7 noch der Integrationsweg zu definieren. Bei der hier untersuchten Reaktion treten bei der gewählten Einschußenergie keine geschlossenen kinematischen Kurven auf.

Mit den Definitionen (1.3.6) und (1.3.7) erhält man für den Phasenraumfaktor:

$$(1.3.8) \quad \text{PSF}(\Omega_1, \Omega_2, S) = \frac{\text{PSF}(\Omega_1, \Omega_2, E_1)}{\sqrt{1 + \frac{dE_2}{dE_1}}}$$

Aus Gleichung 1.3.8 folgt mit Gleichung 1.3.4 und den Gleichungen 1.2.2 bis 1.2.5 (siehe Kr72):

$$(1.3.9) \quad \text{PSF}(\Omega_1, \Omega_2, S) = \frac{m_3 \sqrt{2m_1 \cdot m_2}^3 \cdot E_1 \cdot E_2}{m_2 \sqrt{m_2 \cdot (m_2 + m_3)^2 \cdot E_1 \cdot (B+A^2) + 2E_2 \cdot [\sqrt{m_0 \cdot m_1 \cdot E_0} \cdot \cos\Theta_1 - (m_1 + m_3) \cdot \sqrt{E_1} - \sqrt{m_1 \cdot m_2 \cdot E_2} \cdot \cos\Psi_{21}]^2}}$$

Der Phasenraumfaktor (1.3.9) ist entlang der kinematischen Kurve regulär und schwach veränderlich. Deshalb kann man ihn in (1.3.2) vor das Integral ziehen und man erhält

$$(1.3.10) \quad \Delta^3\sigma = \frac{2\pi}{\hbar V_0} \cdot \frac{\langle |T_{fi}|^2 \rangle}{(2\pi\hbar)^6} \cdot \text{PSF}(\Omega_1, \Omega_2, S) \cdot \Delta\Omega_1 \cdot \Delta\Omega_2 \cdot \Delta S$$

1.4 Zerlegung des Wirkungsquerschnitts nach Drehimpulsen und Antisymmetrisierung der Übergangsmatrix

In den neueren Arbeiten über den Zerfall des ^{12}C -Kerns in drei α -Teilchen (Sch70, Gi70, Zi75) wird zunächst der Wirkungsquerschnitt nach Drehimpulsen zerlegt, um die eigentliche Dynamik von der Kinematik abzutrennen, und dann die Übergangsmatrix bezüglich

der drei Bosonen im Ausgangskanal symmetrisiert. Bis zu diesem Punkt führen die drei zitierten Arbeiten zu den gleichen Ergebnissen. Wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, unterscheiden sie sich dagegen in den Näherungslösungen für den reduzierten Übergangsoperator. Die Beschreibung der Drehimpulszerlegung und der Symmetrisierung folgt weitgehend der Formulierung von Schäfer (Sch70).

Der Eingangskanal der Reaktion wird durch die Kanalfunktion ϕ_i beschrieben. Nach Abspaltung der Schwerpunktbewegung wird die ebene Welle des Eingangskanals nach Partialwellen zerlegt. Durch Kopplung des Bahndrehimpulses λ der Relativbewegung mit dem Kanalspin s (z -Komponente m) zum Gesamtdrehimpuls J (z -Komponente M) erhält man:

$$(1.4.1) \quad \phi_i = \sum_{\lambda JM} Y_{\lambda, M-m}^*(\hat{u}) \cdot (\lambda s \ M-m \ m | JM) \cdot |u \lambda s JM\rangle$$

Dabei ist $\vec{u}$ der Relativimpuls im Eingangskanal und $\hat{u}$ die Richtung von $\vec{u}$. (Auch im weiteren wird mit $\hat{a}$ ein Einheitsvektor in der Richtung von $\vec{a}$ bezeichnet). $|u \lambda s JM\rangle$ enthält den Radialanteil der Kanalfunktion zu den Werten λ, s, J, M .

Die Ausgangskanalfunktion beschreibt drei freie spinlose Teilchen, deren Impulse im Laborsystem mit $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$ bezeichnet werden. Anstelle der Impulse $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$ werden in Jacobi-Koordinaten die Schwerpunkt- und Relativimpulse der drei Teilchen eingeführt, die gegeben sind durch:

$$\begin{aligned} \vec{p}_S &= \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 \\ \vec{p}_i &= (m_k \vec{p}_j - m_j \vec{p}_k) / (m_j + m_k) \\ \vec{q}_i &= [m_i (\vec{p}_j + \vec{p}_k) - (m_j + m_k) \vec{p}_i] / M \end{aligned}$$

mit $i, j, k = 1, 2, 3$ und zyklisch. Es gibt also drei verschiedene Koordinatensätze, je nach Auszeichnung des Teilchens i .

Zwischen der Gesamtenergie E und den Beträgen der Impulse besteht auf der Energieschale die Beziehung

$$(1.4.3) \quad E = \frac{p_S^2}{2M} + \frac{p_i^2}{2\mu_i} + \frac{q_i^2}{2\nu_i}$$

Dabei ist $M = m_1 + m_2 + m_3$

$$\frac{1}{\mu_i} = \frac{1}{m_j} + \frac{1}{m_k}$$

$$\frac{1}{v_i} = \frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j + m_k}$$

Auch bei der Ausgangskanalfunktion Φ_f wird die Schwerpunktbewegung abgespalten. Dann kann man Φ_f schreiben als:

$$(1.4.4) \quad \Phi_f = |\vec{p}_1 \vec{q}_1\rangle = |\vec{p}_2 \vec{q}_2\rangle = |\vec{p}_3 \vec{q}_3\rangle$$

wobei die Antisymmetrisierung zunächst zurückgestellt wird. Die Entwicklung von Φ_f nach Relativ-Drehimpulsen liefert:

$$(1.4.5) \quad \Phi_f = |pq\rangle = \sum_{\ell L J M} |pq L J M\rangle \mathcal{Y}_{\ell L J M}(\hat{p}, \hat{q})$$

wobei die Definition gilt:

$$(1.4.6) \quad \mathcal{Y}_{\ell L J M} = \sum_{\mu} (\ell L \mu \quad M - \mu | J M) Y_{\ell, \mu}(\hat{p}) \cdot Y_{L, M - \mu}(\hat{q})$$

Bei der Beschreibung durch die Koordinaten p_i, q_i ist ℓ der Relativ-Drehimpuls der Teilchen j und k im Subsystem dieser beiden Teilchen, und L ist der Drehimpuls des Teilchens i bezüglich des Schwerpunkts der Teilchen j und k .

Das Übergangsmatrixelement aus Gleichung 1.3.10 kann man in der Form

$$(1.4.7) \quad T_{fi} = \langle \Phi_f | U_{fi} | \Phi_i \rangle$$

darstellen. Dabei wird U_{fi} als skalarer Operator angenommen. Aus den Gleichungen (1.4.7), (1.4.5) und (1.4.1) folgt:

$$(1.4.8)$$

$$T_{fi} = \sum_{\ell L J M} \mathcal{Y}_{\ell L J M}(\hat{p}, \hat{q}) \cdot Y_{\lambda, M - n}^*(\hat{u}) \cdot (\lambda s M' - m | J M) \cdot \langle pq L J M | U_{fi} | u \lambda s J' M' \rangle$$

Da für einen skalaren Operator gilt (Wigner-Eckart-Theorem):

$$(1.4.9)$$

$$\langle pq \ell L J M | U_{fi} | u \lambda s J' M' \rangle = \delta_{MM'} \delta_{JJ'} \langle pq \ell L J | | U_{fi} | | u \lambda s J \rangle$$

folgt mit den Abkürzungen:

$$(1.4.10) \quad \tilde{y}_{\ell L J \lambda}^{s, m}(\hat{p}, \hat{q}, \hat{u}) = \sum_M (J \lambda M \ m - M | s m) y_{\ell L J M}(\hat{p}, \hat{q}) \cdot Y_{\lambda, m-M}(\hat{u})$$

$$(1.4.11) \quad f_{\ell L J \lambda S}(q, u) = (-1)^\lambda \cdot \sqrt{\frac{2J+1}{2S+1}} \langle p q \ell L J || U_{fi} || u \lambda s J \rangle$$

aus der Gleichung (1.4.8):

$$(1.4.12) \quad T_{fi} = \sum_{\ell L J \lambda} \tilde{y}_{\ell L J \lambda}^{s, m}(\hat{p}, \hat{q}, \hat{u}) \cdot f_{\ell L J \lambda S}(q, u)$$

Dabei wurde die Umkopplung $\vec{J} + \vec{\lambda} = \vec{s}$ anstelle von $\vec{\lambda} + \vec{s} = \vec{J}$ vorgenommen (vgl.: 1.4.1). In (1.4.11) wurde benutzt, daß die Matrixelemente $\langle p q \ell L J || U_{fi} || u \lambda s J \rangle$ wegen (1.4.3) auf der Energieschale nur von e i n e m der Impulsbeträge p oder q abhängen.

Zur Berechnung von $\langle |T_{fi}|^2 \rangle$ ist noch über die Spinzustände des eingeschossenen Teilchens s_o und des Targetteilchens s_T zu mitteln. Die Summation im Ausgangskanal entfällt wegen der Annahme von drei spinlosen Teilchen. Damit erhält man

(1.4.13)

$$\langle |T_{fi}|^2 \rangle = \frac{1}{(2s_o+1)(2s_T+1)} \cdot \sum_{sm} \left| \sum_{\ell L J \lambda} \tilde{y}_{\ell L J \lambda}^{s, m}(\hat{p}, \hat{q}, \hat{u}) \cdot f_{\ell L J \lambda S}(q, u) \right|^2$$

Bisher wurde nicht berücksichtigt, daß die Gleichung (1.4.13) bezüglich der beteiligten zwölf Nukleonen antisymmetrisiert werden muß. Wie schon in der Einleitung erwähnt, wird der Prozeß näherungsweise als eine Reaktion von drei elementaren α -Teilchen aufgefaßt. Da α -Teilchen Bosonen sind, muß (1.4.13) bezüglich dieser drei Teilchen symmetrisiert werden. Dies führt zu der Form:

$$(1.4.14) \quad \begin{aligned} \langle |T_{fi}|^2 \rangle &= \sum_{sm} \left| \sum_{\ell L J \lambda} \tilde{y}_{\ell L J \lambda}^{sm}(\hat{p}_1, \hat{q}_1, \hat{u}) \cdot f_{\ell L J \lambda S}(q_1, u) \right. \\ &\quad + \dots (-\hat{p}_1, \hat{q}_1, \hat{u}) \cdot \dots (q_1, u) \\ &\quad + \dots (\hat{p}_2, \hat{q}_2, \hat{u}) \cdot \dots (q_2, u) \\ &\quad + \dots (-\hat{p}_2, \hat{q}_2, \hat{u}) \cdot \dots (q_2, u) \\ &\quad + \dots (\hat{p}_3, \hat{q}_3, \hat{u}) \cdot \dots (q_3, u) \\ &\quad \left. + \dots (-\hat{p}_3, \hat{q}_3, \hat{u}) \cdot \dots (q_3, u) \right|^2 \end{aligned}$$

Bisher haben wir keinen Gebrauch davon gemacht, daß die untersuchte Reaktion über einen Compound-Mechanismus abläuft. Für diesen Fall wird aber die unendliche Summe über ℓ, L, J, λ endlich, da nur wenige λ im Eingangskanal und nur wenige ℓ im Ausgangskanal beitragen. Nehmen wir an, daß die Reaktion über Zustände von ^8Be abläuft, so treten nur gerade Werte von ℓ auf (vgl. Fig.1.1). Dann vereinfacht sich (1.4.14) zu:

$$(1.4.15) \quad \langle T_{fi} \rangle^2 = \sum_{sm} \left| \sum_{\ell L J \lambda} \sum_{\gamma=1}^3 \tilde{U}_{\ell L J \lambda}^{sm}(\hat{p}_\gamma, \hat{q}_\gamma, \hat{u}) \cdot f_{\ell L J \lambda s}(q_\gamma, u) \right|^2$$

1.5 Modelle für den Übergangsoperator

In Gleichung (1.4.15) ist noch das reduzierte Matrixelement $\langle pq \ell L J || U_{fi} || u \lambda s J \rangle$ in den Funktionen $f_{\ell L J \lambda s}$ (siehe Gl. 1.4.11) zu berechnen, welches die eigentliche Reaktionsdynamik enthält. Wie in der Einleitung erwähnt, unterscheiden sich die Arbeiten von Schäfer (Sch70), Giorni (Gi70) und Ziemińska et al (Zi75) in den Näherungslösungen für den Übergangsoperator.

Sowohl Schäfer wie auch Giorni gehen zunächst von Gleichungen des Faddeev-Typs aus. Diese gekoppelten Integralgleichungen gelten im Fall des Drei- N u k l e o n e n -Problems exakt. Sie werden, außer in den verschiedenen einzelnen Originalartikeln, in dem Buch von Schmid und Ziegelmann (Sch74) ausführlich und zusammenhängend beschrieben.

Ziemińska et al benutzen nicht die Dreikörper-Gleichungen, sondern eine Theorie, die vor der Entwicklung der Faddeev-Gleichungen entstand und auf Watson (Wa52) zurückgeht. Die Watson-Theorie hat bei der Analyse vieler Experimente Erfolge gezeigt. Amado (Am67, Sch74) zeigte, daß man das Watson-Modell näherungsweise aus den Faddeev-Gleichungen herleiten kann. Allerdings ist die Übereinstimmung mit genaueren Dreikörper-Rechnungen nicht in allen Fällen gut (Sch74).

Im weiteren Verlauf dieses Abschnitts werden die Modelle von Schäfer, Giorni und Ziemińska et al näher beschrieben.

1.5.1 Das Modell von Schäfer

Um den Formalismus der quantenmechanischen Dreikörper-Theorie verwenden zu können, geht Schäfer von drei unterscheidbaren elementaren Teilchen ohne Spin aus. Die Symmetrisierung wird dann nach Gleichung (1.4.15) durchgeführt. Als Ausgangsgleichungen dienen ihm die Lovelace-Gleichungen (Lo64, Sch74), die alle in solch einem System möglichen Streuprozesse durch folgende Übergangsoperatoren beschreiben:

$$(1.5.1) \quad U_{\beta\alpha}^+(z) = \sum_{\gamma \neq \beta} V_{\gamma} - \sum_{\gamma \neq \beta} V_{\gamma} G(z) \sum_{\delta \neq \alpha} V_{\delta}$$

$$(1.5.2) \quad U_{\beta\alpha}^-(z) = \sum_{\delta \neq \alpha} V_{\delta} - \sum_{\gamma \neq \beta} V_{\gamma} G(z) \sum_{\delta \neq \alpha} V_{\delta}$$

Die griechischen Indizes, die von Null bis vier laufen, kennzeichnen die geometrische Kanalkonfiguration. Die Indizes eins bis drei bedeuten Konfigurationen, die aus zwei gebundenen und einem freien Teilchen bestehen, (der Index 1 bezeichnet beispielsweise die Konfiguration $1 + \overline{(2+3)}$), während der Index null den Zustand von drei freien Teilchen beschreibt. V_1 ist das Zweikörperpotential zwischen den Teilchen 2 und 3. Entsprechend werden V_2 und V_3 durch zyklische Vertauschung der Indizes definiert und V_0 wird identisch null gesetzt. $G(z)$ ist die Resolvente $(H-z)^{-1}$ zum Hamilton-Operator H des Gesamtsystems.

Jede der Gleichungen (1.5.1) und (1.5.2) definiert also 16 verschiedene Operatoren. Die drei Operatoren $U_{\alpha\alpha}$ ($\alpha = 1, 2, 3$) beschreiben die Streuung bei Erhaltung des gebundenen Systems, die sechs Operatoren $U_{\alpha\beta}$ ($\alpha \neq \beta$, $\alpha = 1, 2, 3$, $\beta = 1, 2, 3$) die möglichen Rearrangement-Prozesse, die drei Operatoren $U_{0\alpha}$ ($\alpha = 1, 2, 3$) den Dreiteilchen-Aufbruch und die übrigen vier Operatoren $U_{\alpha 0}$ ($\alpha = 0, 1, 2, 3$) die möglichen Prozesse mit drei freien Teilchen im Eingangskanal. Die mit den Kanalfunktionen gebildeten Matrixelemente der Operatoren $U_{\alpha\beta}^+$ und $U_{\alpha\beta}^-$ stimmen auf der Energieschale überein. Schäfer wählt zur Beschreibung des Problems die Operatoren $U_{\alpha\beta}^-$.

Zwischen den Übergangsoperatoren aus Gleichung (1.5.1) bzw.

(1.5.2) bestehen Operator-Gleichungen vom Faddeev-Typ (Lo64, Sch74). Aus diesem System gekoppelter Integralgleichungen werden hier nur die Gleichungen benutzt, die die Operatoren $U_{O\alpha}^-$ für den Dreiteilchen-Aufbruch mit den Operatoren $U_{\gamma\alpha}^-$ mit $\gamma \neq 0$ verknüpfen, da nur die Struktur der Aufbruchamplitude untersucht werden soll und nicht das volle dynamische Problem. Diese Beziehungen lauten:

$$(1.5.3) \quad U_{O\alpha}^-(z) = \sum_{\delta \neq \alpha} V_{\delta} - \sum_{\gamma \neq 0} T_{\gamma}(z) G_O(z) U_{\gamma\alpha}^-(z)$$

Der Integraloperator T_{γ} beschreibt die Streuung der Teilchen α und β in Anwesenheit des dritten Teilchens γ ($\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$). Er hängt mit der Zweiteilchen-T-Matrix über

$$(1.5.4) \quad \langle \vec{p}, \vec{q} | T_{\gamma} | \vec{p}', \vec{q}' \rangle = \delta(\vec{q} - \vec{q}') \cdot t_{\gamma}(\vec{p}, \vec{p}'; z - \frac{q^2}{2v_{\gamma}})$$

zusammen. Für die t_{γ} -Matrix gilt die Partialwellenentwicklung:

$$(1.5.5) \quad t_{\gamma}(\vec{p}, \vec{p}', z) = \sum_{\ell \mu} 4\pi \cdot Y_{\ell \mu}(\hat{p}) Y_{\ell \mu}^*(\hat{p}') \cdot t_{\ell}^{(\gamma)}(p, p', z)$$

Mit dem Ausdruck (1.5.3) für den Operator $U_{O\alpha}^-$, der den Operator U_{fi} ersetzt, wird die in Abschnitt 1.4 beschriebene Partialwellenzerlegung durchgeführt. Dies liefert:

$$\begin{aligned} (1.5.6) \quad & \langle \vec{p} \vec{q} | U_{O\alpha}^-(z) | \vec{u}_{\alpha}^{sm} \rangle = \\ & = \sum_{\ell L J \lambda} \tilde{Y}_{\ell L J \lambda}^{sm}(\hat{p}, \hat{q}, \hat{u}_{\alpha}) \cdot (-1)^{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{2J+1}{2s+1}} \langle p q \ell L J | | \sum_{\delta \neq \alpha} V_{\delta} | | u_{\alpha} \lambda s J \rangle - \\ & - \sum_{\gamma \neq 0} \sum_{\ell L J \lambda} \tilde{Y}_{\ell L J \lambda}^{sm}(\hat{p}, \hat{q}, \hat{u}_{\alpha}) \cdot \sqrt{\frac{2J+1}{2s+1}} \cdot (-1)^{\lambda} \cdot 4\pi \cdot \\ & \cdot t_{\ell}^{(\gamma)}(p_{\gamma}, p'; z - \frac{q^2}{2v_{\gamma}}) \cdot \frac{1}{\frac{p^2}{2\mu_{\gamma}} + \frac{q^2}{2v_{\gamma}} - z} \cdot \langle p' q_{\gamma} \ell L J | | U_{\gamma\alpha}^-(z) | | u_{\alpha} \lambda s J \rangle p'^2 dp' \end{aligned}$$

Anschließend wird eine Reihe von Näherungen eingeführt, die mit dem Reaktionsmechanismus begründet werden. Der Ablauf der Reaktion über einen Compoundkern mit dem Drehimpuls J wird durch die Annahme eines Pols in dem reduzierten Matrixelement

$$\langle p' q_{\gamma} \ell L J | | U_{\gamma\alpha}^-(z) | | u_{\alpha} \lambda s J \rangle$$

bei der komplexen Energie $z = \epsilon_J$ berücksichtigt. Unter Vernachlässigung des ersten Terms (Born-Terms) von Gleichung (1.5.3), der keinen Pol in z enthält, erhält man damit:

$$(1.5.7) \quad \langle \vec{p} \vec{q} | U_{\alpha\alpha}^- | \vec{u}_{\alpha} s m \rangle = \sum_{\gamma \neq 0} \sum_{\ell L J \lambda} \tilde{Y}_{\ell L J \lambda}^{s m}(\hat{p}_{\gamma}, \hat{q}_{\gamma}, \hat{u}_{\alpha}) \cdot f_{\ell L J \lambda s}(q_{\gamma}, u_{\alpha})$$

mit

$$(1.5.8) \quad f_{\ell L J \lambda s}(q_{\gamma}, u_{\alpha}) = (-1)^{\lambda+1} \cdot \frac{\sqrt{2J+1}}{\sqrt{2s+1}} \cdot 4\pi \cdot \frac{d_{\ell L J}^{\gamma}(q_{\gamma}) \cdot a_{J \lambda s}^{\alpha}(u_{\alpha})}{E - \epsilon_J}$$

Bei dieser pauschalen Berücksichtigung eines Pols spielt es keine Rolle, daß die untersuchte Reaktion von einem Eingangskanal her bevölkert wird, der in dem betrachteten Dreiteilchenmodell gar nicht enthalten ist. (Das Modell beschreibt, wenn wir die drei betrachteten Teilchen mit α -Teilchen identifizieren, die - praktisch nicht meßbare Reaktion - $\alpha + {}^8\text{Be} \rightarrow \alpha + \alpha + \alpha$). Als nächstes wird die q_{γ} -Abhängigkeit der Funktionen $d_{\ell L J}^{\gamma}$ in einer Näherung behandelt. Hierzu wird angenommen, daß die Dynamik innerhalb des Subsystems γ von einer Resonanz zum Drehimpuls ℓ beherrscht wird. Diese Annahme entspricht der anschaulichen Vorstellung eines Zerfalls über einen Zwischenkern. Nach Lovelace (Lo64) kann man dann für $t_{\ell}^{(\gamma)}$ aus (1.5.5) ansetzen:

$$(1.5.9) \quad t_{\ell}^{(\gamma)}(p, p'; z) = \frac{g_{\ell}^{(\gamma)}(p) \cdot g_{\ell}^{(\gamma)}(p')}{z - z_0} + \tilde{t}_{\ell}(p, p'; z)$$

mit

$$z_0 = E_{\text{res}}^{\gamma, \ell} - \frac{i\Gamma_{\ell}^{(\gamma)}}{2}$$

Dabei ist $\tilde{t}$ an der Stelle z_0 regulär. Wenn wieder nur der Polterm von (1.5.9) berücksichtigt wird, erhält man aus (1.5.6) und (1.5.7) bis (1.5.9) für die Struktur der Funktionen $f_{\ell L J \lambda s}$

$$(1.5.10) \quad \begin{aligned} f_{\ell L J \lambda s}(q_{\gamma}, u_{\alpha}) &= \\ &= 4\pi \cdot \sqrt{\frac{2J+1}{2s+1}} \cdot (-1)^{\lambda+1} \cdot \frac{c_{\ell}^{\gamma}(q_{\gamma})}{E - E_{\text{res}}^{\gamma, \ell} + \frac{i}{2} \cdot \Gamma_{\ell}^{(\gamma)} - \frac{q_{\gamma} z \cdot b_{\ell L J}(q_{\gamma})}{2v_{\gamma}}} \cdot \frac{a_{J \lambda s}^{\alpha}(u_{\alpha})}{E - \epsilon_J} \end{aligned}$$

Die drei Funktionen $a_{J \lambda s}$, $b_{\ell L J}$ und c_{ℓ}^{γ} entsprechen den drei Stufen der Reaktion: Bildung des Compoundkerns, Zerfall in ein "erstes" Teilchen und den Zwischenkern und den Zerfall des Zwischenkerns

in zwei weitere Teilchen. Im Sinne der durchgeführten Polnäherung wird die q-Abhängigkeit der Funktionen c_{ℓ}^{γ} und $b_{\ell LJ}$ vernachlässigt. Bei fester Einschußenergie ist außerdem die Wahrscheinlichkeit für die Bildung eines bestimmten Gesamtcompoundkerns mit dem Drehimpuls J konstant. Durch Zusammenfassen von konstant angenommenen Größen erhält man unter Benutzung von (1.2.10):

$$(1.5.11) \quad f_{\ell LJ \lambda s} (q_{\gamma}, u_{\alpha}) = \frac{c_{\ell}^{\gamma} \cdot b_{\ell LJ} \cdot A_{J \lambda s}}{e_{\text{rel}}^{(\gamma)} - E_{\text{res}}^{\gamma, \ell} + \frac{i}{2} \Gamma_{\ell}^{(\gamma)}}$$

Zur Anwendung auf den Zerfall des ^{12}C in drei α -Teilchen muß (1.5.7) noch symmetrisiert werden. Ein Vergleich mit (1.4.15) zeigt, daß dies keine Änderung bringt, da die Summe über γ in (1.5.7) der Summe über γ in (1.4.15) entspricht. Somit kann man (1.5.11) in (1.4.15) einsetzen, um $\langle |T_{fi}|^2 \rangle$ zu berechnen. Bei drei identischen Teilchen ist in (1.5.11) nur noch die Relativ-Energie von dem Kanal γ abhängig. Zur numerischen Berechnung werden für E_{res}^{ℓ} und Γ_{ℓ} die experimentell bestimmten Werte für die Lage und Breite der ^8Be -Niveaus eingesetzt.

Wegen des Ansatzes eines Breit-Wigner-Terms mit konstanter Lage und Breite des Niveaus könnte man vermuten, daß das Modell nur dann angewandt werden darf, wenn die Relativ-Energie in der Nähe der Resonanz-Energie liegt. Diese Bedingung kann aber im allgemeinen nur für einen der drei Terme aus der Summe über γ in (1.4.15) erfüllt sein. Zudem zeigten sich die Erfolge des Modells besonders in der Erklärung der Auffüllung in der Mitte des Dalitz-diagramms bei der Reaktion $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ in der 163 keV-Resonanz, wo keine der drei Relativ-Energien in der Nähe der Resonanz-Energie liegt.

1.5.2 Das Modell von Giorni

Zur Berechnung des Übergangsmatrixelementes $\langle \phi_f | U_{fi} | \phi_i \rangle$ aus Gleichung (1.4.7) geht Giorni von der Gleichung

$$(1.5.12) \quad \langle \phi_f | U_{fi} | \phi_i \rangle = \langle \phi_f | \tilde{V} | \psi_i^{(+)} \rangle$$

aus. Dabei ist $\psi_i^{(+)}$ die volle Streulösung, die für $t = -\infty$ mit der ebenen Welle ϕ_i übereinstimmt, und $\tilde{V}$ die Summe der Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Nukleonen aus verschiedenen α -Teilchen. Nach Watson (Wa52) spaltet er $\tilde{V}$ auf in:

$$(1.5.13) \quad \tilde{V} = v + \sum_{i=1}^3 V_i$$

wobei wie in (1.5.1) und (1.5.2) mit V_1 die effektive Wechselwirkung zwischen den α -Teilchen 2 und 3 bezeichnet wird. Mit der Definition (1.5.13) kann man (1.5.12) umschreiben:

$$(1.5.14) \quad \langle \phi_f | U_{fi} | \phi_i \rangle = \langle \chi_f^{(-)} | v | \psi_i^{(+)} \rangle$$

wobei die Funktionen $\chi_f^{(-)}$ die drei α -Teilchen mit effektiver α - α -Wechselwirkung beschreiben. (Der Anteil ΣV_i , der von $\tilde{V}$ abgezogen wurde, ist in den Funktionen $\chi_f^{(-)}$ enthalten, die asymptotisch mit ϕ_f übereinstimmen). Zwischen ϕ_f und χ_f ist der Zusammenhang durch die Lippmann-Schwinger-Gleichung:

$$(1.5.15) \quad \chi_f^{(\pm)} = \phi_f + G_0 (\Sigma V_i) \chi_f^{(\pm)}$$

gegeben, deren formale Lösung lautet:

$$(1.5.16) \quad \chi_f^{(\pm)} = \phi_f + G_0 \mathcal{T} \phi_f$$

Den Operator $\mathcal{T}$ kann man nach Faddeev (Fa61, Sch74) als Summe von drei neuen Operatoren darstellen:

$$\mathcal{T} = \mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_2 + \mathcal{T}_3$$

Die Operatoren $\mathcal{T}_i$ hängen mit den in Gleichungen (1.5.3) und (1.5.4) benutzten Operatoren T_i über die Faddeev-Gleichungen (Fa61, Sch74) zusammen:

$$(1.5.17) \quad \begin{pmatrix} \mathcal{T}_1 \\ \mathcal{T}_2 \\ \mathcal{T}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & T_1 & T_1 \\ T_2 & 0 & T_2 \\ T_3 & T_3 & 0 \end{pmatrix} G_0 \begin{pmatrix} \mathcal{T}_1 \\ \mathcal{T}_2 \\ \mathcal{T}_3 \end{pmatrix}$$

Definiert man einen Operator τ durch:

$$(1.5.18) \quad |v| \psi_i^{(+)} = : \tau \phi_i$$

so erhält man aus (1.5.12) und (1.5.16) die Operator-Gleichung

$$(1.5.19) \quad U_{fi} = (1 + \mathcal{T}_{G_O})\tau$$

Zur Berechnung von (1.5.12) berücksichtigt Giorni nur den ersten Term von (1.5.17) und vernachlässigt damit die Kopplung der Faddeev-Gleichungen. Er setzt

$$(1.5.20) \quad \mathcal{T}_\gamma \cong T_\gamma$$

Auch Giorni symmetrisiert - entsprechend wie Schäfer (1.4.14) - die Übergangsamplitude:

$$(1.5.21) \quad U_{fi} = \frac{2}{\sqrt{6}} \cdot \sum_{\gamma=1}^3 U_{fi}^{(\gamma)}$$

und ersetzt in (1.5.19) deshalb $\mathcal{T}$ in einer weiteren Näherung durch $\mathcal{T}_\gamma$. Damit und mit der Näherung (1.5.20) erhält er

$$(1.5.22) \quad U_{fi}^{(\gamma)} = (1 + T_\gamma G_O)\tau$$

Für die Produktionsamplitude τ nimmt auch Giorni eine Breit-Wigner-Form an. In der Partialwellenzerlegung erhält er:

$$(1.5.23) \quad \langle \vec{p} \vec{q} L J | | \tau | | \vec{u} \lambda s \rangle = a \cdot \frac{G_{i, \lambda s}^J \cdot G_{f, L \ell}^J}{E - \epsilon_J}$$

Die Größen G sind definiert durch:

$$(1.5.24) \quad G_{i, \lambda s}^J = e^{i \cdot \Omega_{i, \lambda}} \cdot \left(\frac{2k_O \cdot R_i}{F_\lambda^2(\eta, k_O \cdot R_i) + G_\lambda^2(\eta, k_O \cdot R_i)} \cdot \gamma_{i, \lambda s}^J \right)^{1/2}$$

$$(1.5.25) \quad G_{f, L \ell}^J = e^{i \cdot \Omega_{f, L}} \cdot \left(\frac{2k_f \cdot R_f}{F_L^2(\eta, k_f \cdot R_f) + G_L^2(\eta, k_f \cdot R_f)} \cdot \gamma_{L \ell}^J \right)^{1/2}$$

Dabei ist k_O die Wellenzahl und R_i der Kanalradius im Eingangskanal, k_f und R_f sind die entsprechenden Größen der Relativbewegung zwischen ^8Be und dem zuerst emittierten α -Teilchen. F_ℓ und G_ℓ sind die Coulomb-Wellenfunktionen. Die reduzierten Breiten γ werden als konstant angenommen und die Phasen Ω werden aus der Coulomb-Phase σ und der Hardsphere-Phase ϕ zusammengesetzt. So ist

$\Omega_{i,\lambda} = \sigma_{i,\lambda} - \phi_{i,\lambda}$ mit $\phi_{i,\lambda} = \arctan \frac{F_{\lambda}(\eta, k_O \cdot R_i)}{G_{\lambda}(\eta, k_O \cdot R_i)}$ und $\sigma_{i,\lambda}$ hängt mit dem Coulomb-Parameter η zusammen über:

$$\sigma_{i,\lambda} = \text{Arg } \Gamma(\lambda + i\eta)$$

wobei Γ die Gammafunktion ist. Entsprechendes gilt für Ω_F .

Setzt man (1.5.23) in (1.5.21) ein, so erkennt man eine sehr große Ähnlichkeit mit den Gleichungen (1.5.7) und (1.5.8) von Schäfer. Unterschiede liegen nur darin, daß Schäfers Gleichungen noch die Summe über γ enthalten, die Giorni vernachlässigte, und darin, daß die Gleichungen von Giorni den Term 1 aus Gleichung (1.5.19) enthalten. Wesentliche Unterschiede in den beiden Arbeiten ergeben sich erst bei der Berechnung der Näherungslösung für $T_Y \cdot G_O$. Auch Giorni geht von der Partialwellenentwicklung (1.5.5) für t_Y aus, setzt aber dann die Streuphasenentwicklung der t_Y -Matrix in (1.5.5) ein, für die auf der Energieschale bei Vernachlässigung der reinen Coulomb-Streuung gilt (Go65):

$$(1.5.26) \quad \langle p_Y | t_{\ell}^{(\gamma)} | p_Y \rangle \propto \frac{e^{i(\delta_{\ell} + 2\sigma_{\ell})} \cdot \sin \delta_{\ell}}{p_Y}$$

Durch Einschieben eines vollständigen Satzes von Impulseigenfunktionen:

$$\begin{aligned} \langle pqLJ | T_Y G_O \tau | u \rangle &= \\ &= \int \langle pqLJ | T_Y | PQ \rangle \langle PQ | G_O | P'Q' \rangle \langle P'Q' | \tau | u \rangle dP dQ dP' dQ' \end{aligned}$$

erhält man nach Ausführen der Integration unter Berücksichtigung von (1.5.26) und (1.5.23):

$$\begin{aligned} f_{\ell L J \lambda s}(q_Y, u) &= \langle p_Y q_Y L J | | U_Y | | u \rangle \approx \\ (1.5.27) \quad &\approx c \cdot \frac{G_{i, \lambda s}^J \cdot G_{f, L \ell}^J}{E - \epsilon_J} \cdot (1 + a_{\ell Y} + e^{i(\delta_{\ell Y} + 2\sigma_{\ell Y})} \cdot \sin \delta_{\ell Y}) \end{aligned}$$

wobei $a_{\ell Y}$ den Beitrag der t_Y -Matrix außerhalb der Energieschale bedeutet:

$$(1.5.28) \quad a_{\ell Y} = \frac{2i}{\pi} \cdot \mathcal{P} \int \frac{p^2 dp}{p_Y^2 - p^2} \cdot t_{\ell}^{(\gamma)}(p, p_Y)$$

den Giorni als konstant annimmt. (Mit $\mathcal{P}$ ist der Hauptwert im

Cauchy-schen Sinne gemeint). Die 1 in (1.5.27) identifiziert Giorni mit einem direkten Dreiteilchen-Aufbruch des ^{12}C -Kerns. Während man die gemessenen α - α -Streuphasen aus der Literatur entnehmen kann (Af69, Be67), sind die $a_{\ell\gamma}$ unbekannt. Giorni paßt diese als komplexe Konstanten an die gemessenen Koinzidenzspektren an. In der Anpassung bestimmt er zunächst unter der Voraussetzung $1 + a_{\ell\gamma} = 0$ die übrigen freien Parameter, die das Modell enthält, und variiert anschließend den Parameter $1 + a_{\ell\gamma}$. Dadurch nimmt das Modell von Giorni gegenüber den anderen Modellen eine Sonderstellung ein, weil es für jedes berücksichtigte ℓ zwei zusätzliche Parameter (zwei, weil a komplex ist), enthält, die an die Meßdaten angepaßt werden. Da das off-shell-Verhalten von $t_{\ell}^{(\gamma)}$ unbekannt ist, ist die Annahme eines konstanten $a_{\ell\gamma}$ fragwürdig. Die Anpassung der beiden Parameter für $a_{\ell\gamma}$ wird dahin tendieren, auch die übrigen Näherungen, die in dem Modell enthalten sind, pauschal auszugleichen. Ein Vergleich mit anderen Modellen, die solche zusätzlichen Fit-Parameter nicht enthalten, wäre fragwürdig. In der vorliegenden Arbeit wird das Modell von Giorni nur in der Form $1 + a_{\ell\gamma} = 0$ angewandt, wobei auch der "direkte Dreiteilchen-Aufbruch" im Sinne der Näherung des Stufenzerfalls vernachlässigt wird.

Vernachlässigt man wieder die Abhängigkeit von der Energie des Eingangskanals, da das Modell auf Messungen mit konstanter Einschußenergie angewandt werden soll, folgt für die Funktionen f aus Gleichung (1.4.15):

$$(1.5.29) \quad f_{\nu_{LJ}\lambda_S}(q_{\gamma}, u) = a \cdot G_{f, L\ell}^{J, \gamma} \cdot e^{i(\delta_{\ell} + 2\sigma_{\ell})}$$

1.5.3 Die Modelle von Ziemińska und Dalitz

Während die Modelle von Schäfer (Sch70) und Giorni (Gi70) für die Reaktion $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ entwickelt wurden, behandeln Ziemińska und Dalitz (Zi75) den Zerfallsprozeß des Hyperkerns $^{12}_{\Lambda}\text{B}$:

$$(1.5.30) \quad ^{12}_{\Lambda}\text{B} \rightarrow \pi^{-} + ^{12}\text{C}^{*}; \quad ^{12}\text{C}^{*} \rightarrow 3\alpha$$

wobei die Autoren besonders den $^{12}\text{C}^{*}$ -Zustand bei der Anregungs-

energie von 16,11 MeV behandeln, der aus der Resonanz der Reaktion $^{11}\text{B}(p,3\alpha)$ bei $E_p = 163$ keV bekannt ist. Da Ziemińska et al den Zerfall des Hyperkerns - wie in der Schreibweise von (1.5.30) angedeutet - als einen Prozeß in zwei weitgehend entkoppelten Stufen auffassen, können ihre Überlegungen zum Zerfall $^{12}\text{C} + 3\alpha$ auch auf die in der vorliegenden Arbeit untersuchte Reaktion angewandt werden.

Die Autoren führen auch die in Abschnitt 1.4 beschriebene Partialwellenzerlegung und Symmetrisierung durch. Für die Funktionen f aus Gleichung (1.4.15) setzen sie an:

$$(1.5.31) \quad f_{\ell L J \lambda S}(q_Y \cdot u) = A'_{\ell L J \lambda S} \cdot \sqrt{v_L(\rho)} \cdot \frac{e^{i\delta_\ell} \cdot \sin\delta_\ell}{p_Y \ell + 1}$$

mit

$$\rho = \frac{q_Y}{\hbar} \cdot R$$

darin ist A' eine Konstante, v_L soll die Schwellendurchlässigkeit beim Zerfall des ^{12}C in ein erstes α -Teilchen und den ^8Be -Kern beschreiben, wobei q_Y wieder den Relativimpuls zwischen α -Teilchen und ^8Be bedeutet und R der Radius in diesem Kanal ist. Die Funktionen v_L entnehmen die Autoren dem Buch von Blatt und Weisskopf (Bl52, Kapitel VIII, Gl.5.8), die für ungeladene Teilchen gelten und nur mit den Transmissionskoeffizienten verknüpft sind. Anstelle von v_L würde man hier besser $\rho \cdot v_L$ einsetzen (Bl52, La58), wenn man die Ladung der Teilchen vernachlässigen will. Der Ansatz für die Berücksichtigung der Endzustands-Wechselwirkung:

$$(1.5.32) \quad C'_\ell(q_Y) = \frac{e^{i\delta_\ell} \cdot \sin\delta_\ell}{p_Y \ell + 1}$$

geht auf Watson (Wa52) zurück. Watson setzt in der Ableitung von (1.5.32) ungeladene Teilchen und kleine Relativimpulse p voraus. Obwohl diese Voraussetzungen bei der Anwendung auf den Zerfall (1.5.30) nicht erfüllt sind, benutzen Ziemińska und Dalitz in ihrer Analyse die Gleichung (1.5.31). Im Anhang ihrer Veröffentlichung geben die Autoren eine Funktion C an, die die Coulomb-Effekte in der α - α -Wechselwirkung berücksichtigt:

$$(1.5.33) \quad C_{\ell}(q_Y) = \sqrt{F_{\ell}^2(\eta_1, \rho_1) + G_{\ell}^2(\eta_1, \rho_1)} \cdot \frac{e^{i\delta_{\ell}} \cdot \sin(\delta_{\ell} + \phi_{\ell})}{P_Y}$$

Mit

$$\rho_1 = \frac{P_Y}{h} \cdot R_{\alpha\alpha} \quad \text{und} \quad \phi_{\ell} = \arctan \frac{F_{\ell}}{G_{\ell}}$$

Gleichung (1.5.33) entspricht einem Ansatz von Barker et al (Ba62), den diese aus der R-Matrix-Theorie entwickelten (La58). Die Ausgangsgleichung von Barker et al ist dabei mit der Gleichung 37' in der Arbeit von Watson (Wa52) identisch. Berücksichtigt man in (1.5.31) auch bei der Schwellendurchlässigkeit die Ladung der Teilchen, so erhält man:

$$(1.5.34) \quad f_{\ell LJ\lambda S}(q_{\lambda}, u) = A_{\ell LJ\lambda S} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{F_L^2(\rho, \eta) + G_L^2(\rho, \eta)}} \cdot C_{\ell}(q_Y)$$

1.5.4 Vergleich der Modelle

Die unterschiedlichen Ergebnisse für die Funktionen f , die die beschriebenen Modelle liefern, lassen sich gemeinsam durch die allgemeine Form:

$$(1.5.35) \quad f_{\ell LJ\lambda S}(q_Y, u) = A_{J\lambda S}(u) \cdot B_{\ell LJ}(q_Y) \cdot C_{\ell}(q_Y)$$

beschreiben. Die Größen A , B und C sind komplexe Amplituden, die den Aufbau des ^{12}C -Kernes (A), den Zerfall des Compound-Kernes in ein erstes α -Teilchen und dem Zwischenkern ^8Be (B) und den Zerfall des ^8Be in zwei weitere α -Teilchen (C) beschreiben.

Da die Messungen zu dieser Arbeit bei fester Einschußenergie vorgenommen wurden, kann A als konstant angenommen werden. Für B liefern die einzelnen Modelle (wobei konstante Größen in die Konstanten A gezogen werden):

$$(1.5.36) \quad \text{Schäfer:} \quad B_{LJ}^{\text{sch}}(q_Y) = 1$$

$$(1.5.37) \quad \text{Giorni:} \quad B_{LJ}^G(q_Y) = e^{i(\sigma_L - \phi_L)} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{F_L^2(\eta, \rho) + G_L^2(\eta, \rho)}}$$

$$(1.5.38) \quad \text{Ziemińska-Watson:} \quad B_{LJ}^W(q_Y) = \sqrt{v_L(\rho)}$$

$$(1.5.39) \quad \text{Ziemińska-Barker:} \quad B_{LJ}^B(q_Y) = \sqrt{\frac{\rho}{F_L^2(n, \rho) + G_L^2(n, \rho)}}$$

und für C erhält man:

$$(1.5.40) \quad \text{Schäfer:} \quad C^{\text{Sch}}(q_Y) = \frac{1}{e_{\text{rel}}(q_Y) - E_{\text{res}} + \frac{i}{2} \Gamma}$$

$$(1.5.41) \quad \text{Giorni:} \quad C^G(q_Y) = e^{i(\delta_\ell + 2\sigma_\ell)} \cdot \sin \delta_\ell$$

$$(1.5.42) \quad \text{Ziemińska-Watson:} \quad C^W(q_Y) = e^{i\delta_\ell} \cdot \frac{\sin \delta_\ell}{p_\ell^{l+1}}$$

$$(1.5.43) \quad \text{Ziemińska-Barker:}$$

$$C^B(q_Y) = e^{i\delta_\ell} \cdot \frac{\sin(\delta_\ell + \phi_\ell)}{\sqrt{F_L^2(n_1, \rho_1) + G_L^2(n_1, \rho_1)} \cdot p_Y}$$

Die einzelnen Modelle unterscheiden sich also in der Berücksichtigung von Transmissionskoeffizienten in den Amplituden B und in dem Ansatz für die Berücksichtigung der Endzustands-Wechselwirkung in den Amplituden C. Der Wert der Transmissionsfunktionen ändert sich monoton mit der Energie der Teilchen. Ihren Funktionsverlauf findet man in verschiedenen Büchern als Diagramm dargestellt (siehe z.B. Bl52, Ma68). Die unterschiedliche Form der Modellfunktionen (1.5.40) bis (1.5.43) wird in Fig.1.6 deutlich, in der der Betrag dieser Funktionen für den ersten angeregten Zustand des ^8Be mit $\ell = 2$ dargestellt ist. Der Zerfall über diesen Zustand spielt für die spätere Auswertung eine bedeutende Rolle. Zur Berechnung der Kurven in Fig.1.6 wurde die Lage und Breite des 2^+ -Niveaus aus (Aj74) und die α - α -Streuphase δ_2 aus (Be67) entnommen, und die Coulomb-Wellenfunktionen F_2, G_2 wurden mit Hilfe des Programms von Barnett et al (Ba74) berechnet.

Der Verlauf der Funktionen von Schäfer, Watson und Barker entspricht dem anschaulichen Bild des Stufenzerfalls: Die Amplitude der Funktion C ist nur dann besonders groß, wenn die Relativ-Energie der beiden α -Teilchen in der Nähe der Resonanzenergie für den betrachteten ^8Be -Zustand liegt. Die Funktion von Giorni zeigt bei

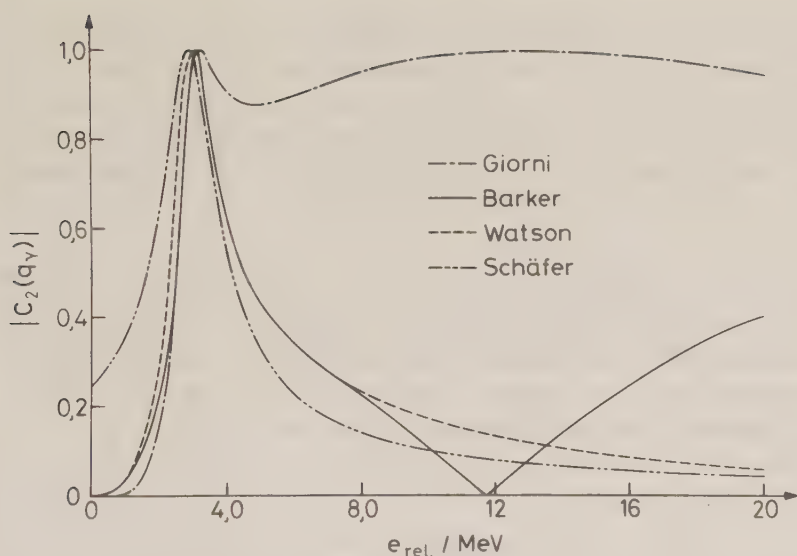


Fig. 1.6: Betrag der Funktion der Endzustandswechselwirkung C_2^2 in Abhängigkeit von der Relativ-Energie. Gezeigt sind die Funktionen (1.5.40-43), die im jeweiligen Maximum auf 1 normiert wurden

kleinen Relativ-Energien ein ähnliches Verhalten wie die anderen Modellfunktionen. Bei Energien oberhalb der Resonanzenergie bleibt sie aber nahezu konstant in der Nähe ihres Maximal-Wertes.

Die Amplitude der Modellfunktionen von Schäfer ist bei kleinen Relativ-Energien größer als die der anderen Funktionen, bei großen Relativ-Energien niedriger. Die Penetrationsfunktionen, die die anderen Modelle in der Amplitude B enthalten, führen dazu, daß die Funktionen f mit steigender Relativ-Energie zunehmend kleiner werden als die Funktionen C. Denn eine hohe Relativ-Energie bedeutet eine kleine Energie für das zuerst emittierte Teilchen und damit eine geringe Penetrationswahrscheinlichkeit. Die Funktionen f lassen sich nicht in der einfachen Form wie die Funktionen C darstellen, da sie nicht nur von der Relativ-Energie, sondern auch von dem Drehimpuls L des zuerst emittierten α -Teilchens abhängen.

Der Betrag der Funktion C^B aus Gleichung (1.5.43) zeigt bei 11,7 MeV einen Knick, der dadurch zustandekommt, daß an dieser Stelle $\delta + \phi$ durch 180° geht und die Funktion bei höheren Relativ-Energien negativ wird. Dieser Knick ist besonders deshalb bemerkenswert, weil in der Arbeit von Barker et al (Ba62) der Wirkungsquerschnitt von einer Stufenreaktion proportional $|C|^2$ gesetzt wird.

Die einzelnen Modellfunktionen in Fig.1.6 unterscheiden sich deutlich voneinander. Da bisher keine exakte Theorie über den Ablauf solcher Reaktionen bekannt ist, ist eine Entscheidung für eines dieser Modelle aus theoretischer Sicht schwierig, da in allen beschriebenen Modellen Terme vernachlässigt werden, deren Einfluß man nicht kennt.

1.6 Vorüberlegungen zu den Experimenten

Am Institut für Experimentalphysik der Ruhr-Universität Bochum stehen z.Zt. zwei Beschleuniger zur Verfügung: Der 400 kV-Sames-Beschleuniger und der 4 MV-Dynamitron-Tandem-Beschleuniger. Da es bei Einschußenergien des Tandem-Beschleunigers unsicher ist, ob die Reaktion $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ über einen Compound- oder einen direkten Mechanismus abläuft (vgl. Anfang dieses Kapitels), wurden die Experimente mit Hilfe der 400 kV-Anlage durchgeführt.

Während die Anregungsfunktionen der Reaktion $^{10}\text{B}(d,p)^{11}\text{B}$ im Energiebereich $E_d = 180$ keV bis $E_d = 700$ keV bekannt sind (Pa54), wurden die Anregungsfunktionen der Reaktion $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ nur von $E_d = 400$ keV an aufwärts veröffentlicht (Aj75). Messungen von Longequeue et al (Lo66, Ca67) zeigen, daß die Wirkungsquerschnitte von $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ und von $^{10}\text{B}(d,p)^{11}\text{B}$ im Energiebereich von 800 keV bis 400 keV monoton fallen und nahezu parallel verlaufen. Nach Ausweis der Messungen von Paris et al (Pa54) setzt sich dieser monotone Abfall des Wirkungsquerschnitts der Reaktion $^{10}\text{B}(d,p)^{11}\text{B}$ im Energiebereich von 400 keV bis 180 keV fort (wobei wegen der abfallenden Tunnelwahrscheinlichkeit die Steigung der Kurve immer größer wird). Um eine qualitative Aussage über den Verlauf der

Anregungskurve von $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ zu finden, wurde in einem Vorexperiment zu den vorgelegten Messungen bei fester Detektorgeometrie die Einschußenergie zwischen 400 keV und 120 keV variiert und die Gesamtzahl der Koinzidenzereignisse in zwei Detektoren gemessen. Diese Messungen bestätigten die Vermutung, daß auch in diesem Energiebereich die Anregungsfunktion der Reaktion $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ etwa die gleiche Form hat, wie die Reaktion $^{10}\text{B}(d,p)$. Wegen des glatten und stetig steigenden Verlaufs der Anregungsfunktion wurde für die Messungen die am Sames-Beschleuniger maximal mögliche Einschußenergie $E_d = 400$ keV gewählt. Bei Berücksichtigung der Bremsung im Target ergibt sich hieraus eine mittlere Einschußenergie von 360 keV.

Eine vollständige Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts einer Dreiteilchen-Reaktion bei fester Einschußenergie würde die Kenntnis der Energie- und Winkelverteilung der drei auseinanderfliegenden Teilchen für jede kinematisch mögliche Situation erfordern. Eine Messung im gesamten kinematischen Bereich mit hinreichend guter Winkelauflösung und guter statistischer Genauigkeit ist aber praktisch nicht durchführbar.

Die fünf kinematischen Variablen, die das Dreiteilchen-System eindeutig beschreiben, kann man im Schwerpunkt-System in drei äußere und zwei innere Koordinaten unterteilen: Die äußeren Koordinaten definieren die Orientierung des Impulsdreiecks im Raum und können durch Festlegung der Zerfallsebene (Koordinaten z.B. θ und φ der Normalen) und der Flugrichtung eines Teilchens in dieser Ebene (ein weiterer ebener Winkel) bestimmt werden, während die inneren Koordinaten z.B. die Relativ-Energien von zwei Teilchen-Paaren oder die reduzierten Energien von zwei Teilchen beschreiben.

Wie in den Abschnitten 1.4 und 1.5 gezeigt wurde, hängt die eigentliche Dynamik der Reaktion nur von den inneren Koordinaten des Systems ab. Deshalb ist es naheliegend, im Experiment die äußeren Koordinaten nach Möglichkeit konstant zu halten und die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von den inneren Koordinaten zu untersuchen. Die Lage der Zerfallsebene bleibt im Experiment genau dann konstant, wenn die Ebene, die durch die Detektorrichtungen

$\Theta_1, \phi_1, \Theta_2, \phi_2$, definiert ist, den Strahl der einlaufenden Teilchen und damit die Richtung der Schwerpunktbewegung enthält. Als dritte äußere Variable wäre die Flugrichtung eines der drei Teilchen im Schwerpunktsystem festzuhalten. Dies ist bei Messungen mit endlicher Einschuß-Energie nicht exakt möglich, bei der geringen Einschuß-Energie und dem hohen Q-Wert der untersuchten Reaktion aber näherungsweise erfüllt, wenn die Winkelstellung eines der beiden Detektoren während der Experimente konstant bleibt.

Hält man die äußeren Koordinaten fest und variiert bei den Einzelmessungen des Wirkungsquerschnitts den Winkel zwischen den Detektor-Richtungen in kleinen Schritten im kinematisch möglichen Bereich, so erhält man ein vollständiges Bild über die Abhängigkeit des Betrages der Übergangswahrscheinlichkeit von den inneren Koordinaten. Diese Verteilung, zu der die äußeren Koordinaten als Parameter-Werte gehören, kann in besonders übersichtlicher Form in einer Art Dalitz-Diagramm dargestellt werden, wie Dehnhard et al (De62) zeigten. Ein derart vollständiges Bild konnte bei den hier vorgelegten Messungen nicht angestrebt werden, da bei den relativ kleinen Wirkungsquerschnitten der untersuchten Reaktion (siehe Abschnitt 3.4.2) hierzu eine durchgehende Meßzeit von mehreren Monaten erforderlich wäre. Außerdem ist der Vergleich zwischen theoretischen und experimentellen Ergebnissen bei Dalitz-Diagrammen in den Arbeiten (De62, De65, Qu69, Pa70, Kr72, Ja73) nur qualitativ möglich: Der Wertevorrat des Betrages der experimentell bestimmten Übergangsamplitude wird in (maximal 11) Klassen unterteilt und jeder dieser Klassen wird ein Symbol zugeordnet. Diese Symbole werden in die Dalitz-Ebene eingetragen, wobei jede Information über feinere Strukturen der Übergangsamplitude verlorenggeht. Soweit in diesen Arbeiten überhaupt Vergleiche mit Modellrechnungen durchgeführt wurden, wurden die Rechenergebnisse in der gleichen Weise dargestellt, wie die experimentelle Übergangsamplitude. Anschließend wird meistens optisch verglichen, ob die errechneten Verteilungen generelle Züge der Meßdaten wiedergeben. Ein solcher Vergleich reicht nicht aus, um die Gültigkeit der Modelle zu testen.

In der vorliegenden Arbeit wird der Wirkungsquerschnitt also

nur bei diskreten Winkelstellungen gemessen. An diesen Stellen erhält man einen Schnitt durch das Dalitz-Diagramm, entlang der zugehörigen kinematischen Kurve. Wegen der starken Abhängigkeit der Modellfunktionen von den kinematischen Parametern sind diese Parameter in einem möglichst weiten Bereich zu variieren. Dabei ist die Winkelstellung eines Detektors festzuhalten, während die des anderen Detektors in der Ebene, die durch die Strahlrichtung und die des ersten Detektors gegeben ist, variiert werden muß, wenn man die äußeren Koordinaten näherungsweise konstant halten will.

Die Winkelstellung des feststehenden Detektors, die nach den bisherigen Überlegungen frei gewählt werden kann, wurde nach folgenden Gesichtspunkten ausgesucht: Wegen der hohen Rate der elastisch gestreuten Deuteronen muß bei allen Detektorstellungen mit $\theta \leq 90^\circ$ eine Folie vor dem Detektor angebracht werden, in der die elastisch gestreuten Teilchen steckenbleiben. Da durch diese Folie auch alle niederenergetischen α -Teilchen am Eintritt in den Detektor gehindert werden, sollte dieser Detektor in Rückwärtsrichtung aufgestellt werden. Um auch noch Messungen zu ermöglichen, bei denen der andere Detektor - vom Strahl ausgesehen auf der gleichen Seite wie der feststehende Detektor - unter größeren Rückwärtswinkeln steht, wurde $\theta_{\text{fest}} = 135^\circ$ gewählt. Die eingestellten Winkelwerte für den anderen Detektor werden im folgenden Kapitel beschrieben.

2. Durchführung der Messungen

Die Experimente zu dieser Arbeit wurden mit dem 400 kV-Beschleuniger (Hersteller Tunzini-Sames, Grenoble) des Instituts für Experimentalphysik I der Ruhr-Universität Bochum durchgeführt. In Fig.2.1 ist die Aufstellung des Beschleunigers mit dem im Experiment benutzten Strahlführungssystem und der Streukammer dargestellt. Der 90° Ablenkmagnet dient als Analysiermagnet (Feldstabilität besser als 10^{-4}). Wegen des langen Weges zwischen Beschleuniger und Meßkammer und der niedrigen Energie der Ionen werden neben den Quadrupollinsen auch Steuerelemente (Steerer) benötigt, um die Ablenkungen des Strahls durch magnetische Streufelder auszugleichen.

In den folgenden Abschnitten dieses Kapitels wird der Aufbau der Meßanordnung und der Gang der Messungen im einzelnen beschrieben.

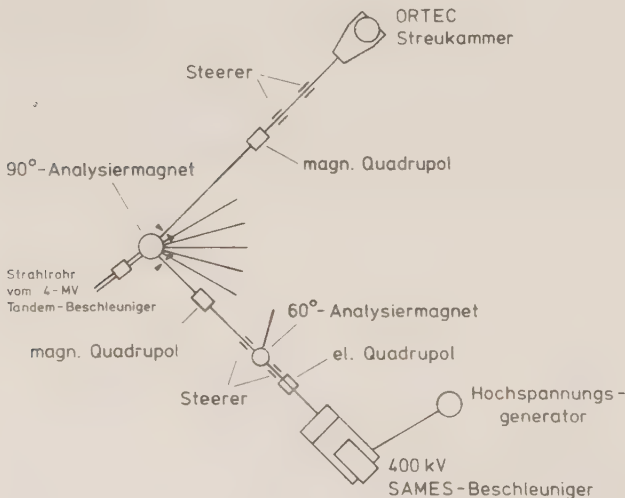


Fig. 2.1: Aufbau des Beschleunigers mit Strahlführungssystem und Streukammer

2.1 Streukammer, Target und Detektoren

Bei den Experimenten wurde eine von der Firma Ortec gelieferte Streukammer aus der Serie 600 mit einem Innendurchmesser von 17" (43 cm) benutzt. Die Ausstattung dieser Kammer ist an anderer Stelle von Quast (Qu72) ausführlich beschrieben.

Bei der geringen Einschußenergie von 400 keV ist der Energieverlust von Deuteronen im Target groß. Daher sind bei der Durchführung von Langzeit-Experimenten hohe Ansprüche an die Haltbarkeit des Targets zu stellen. Voruntersuchungen zu diesen Experimenten wurden mit großflächigen (nutzbare Fläche 65 mm^2) freitragenden ^{10}B -Targets durchgeführt. Die Targetdicke lag hierbei zwischen 50 und $100 \text{ }\mu\text{g/cm}^2$. Es zeigte sich, daß die dickeren Targets bei Strömen von etwa 100 nA nach fünf bis sechs Stunden, die dünneren Targets bei Strömen von etwa 200 nA nach zwei bis drei Tagen zerstört waren. Dies galt sowohl für Targets, die mit Hilfe einer Elektronenkanone hergestellt wurden, als auch für solche, die aus einem Kohlenstoffschiffchen aufgedampft wurden. Deshalb wurden auch freitragende ^{10}B -Targets nach einem von Hanke et al (Ha66) beschriebenen Verfahren hergestellt. Bei Voruntersuchungen wurde ein solches $100 \text{ }\mu\text{g/cm}^2$ dickes Target etwa 800 Stunden lang mit einem Deuteronenstrom von 100 bis 200 nA bei 400 keV beschossen. Die Folie hat dies ohne Schaden überstanden. Dieses spezielle Verfahren zur Herstellung von Bortargets hat allerdings den Nachteil, daß es bisher nicht gelungen ist, damit großflächige Folien herzustellen.

Für die vorgelegten Messungen wurde ein Target verwendet, dessen freitragende Borschicht zu 97% aus dem Isotop ^{10}B besteht. Die Borfolie ist leicht gewellt und nicht ganz homogen. Dies beeinträchtigt die Messung der relativen Wirkungsquerschnitte jedoch nicht. Ihre mittlere Dicke wurde zu $120 \text{ }\mu\text{g/cm}^2$ bestimmt (siehe Abschnitt 3.4). Zur Halterung der Folie dient ein 0,5 mm dickes Aluminiumblech, welches zu den Targetleitern der Ortec-Streukammern paßt. In der Mitte dieses Bleches befindet sich eine Bohrung von 3 mm Durchmesser. Die Folie wird über dieses Loch gelegt und von

einem 0,2 mm dicken Aluminiumring gehalten (Fig.2.2).

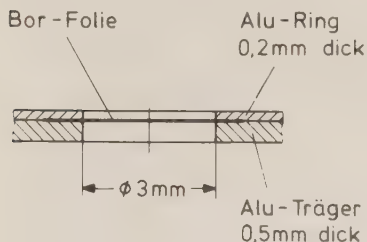


Fig. 2.2: Zur Targetbefestigung

Wegen der kleinen Targetfläche mußten hohe Anforderungen an die Targetjustierung und an die Kollimierung des Strahls gestellt werden. Würde der Strahl das Target nahe am Rand treffen, so könnte man nur in Richtung der Targetnormalen alle auslaufenden Teilchen beobachten. Unter anderen Richtungen würde der Tar-

getrand als winkelabhängige Blende wirken. Zur Ausblendung des Strahles wurde jeder der beiden Doppelkollimatoren der Ortec-Streukammer, die sich in 32,5 cm und 75,5 cm Abstand vom Target befinden, mit Blenden von 0,5 mm Durchmesser versehen. Der Durchmesser des Strahlflecks am Targetort wird hierdurch bei ungünstigster Fokussierung (Brennfleck in der Mitte zwischen beiden Kollimatoren) auf 1,25 mm Durchmesser begrenzt. Die Justierung des Targets und der Kollimatorblenden wurde mit Hilfe eines Fluchtfernrohres kontrolliert. Die Mittelpunkte der drei Öffnungen wichen weniger als 0,1 mm von der Sollachse ab. Während des Experimentes wurde zwischen Target und Masse eine Spannung von +500 V gelegt. Hierdurch gelangen die Elektronen, die durch die Deuteronen aus dem Target herausgeschlagen werden, nicht in die Detektoren.

Zum Nachweis der geladenen Teilchen wurden zwei Silizium-Oberflächensperrschicht-Detektoren der Firma Ortec, Modell Nr. TA-028-100-1000 eingesetzt. Diese haben eine empfindliche Fläche von 100 mm² und bei der Arbeitsspannung von 250 V bzw. 270 V eine Sperrschichttiefe von mindestens 1 mm. Die Detektoren wurden während der Messungen auf -40° C gekühlt, um das Rauschen herabzusetzen und ihre Zeit- und Energieauflösung zu verbessern.

Fig.2.3 zeigt schematisch den Aufbau in der Streukammer. Die verwendeten Kollimatoren und Halterungen für die Detektoren wurden schon beschrieben (Qu73). Detektor 1 wurde auf dem Drehteller der Streukammer befestigt. Detektor 2, dessen Ort während der Messung

unverändert blieb, wurde mit Hilfe des Ortec- 2π -Positionierungsapparates montiert. Die den Raumwinkel definierenden Blenden hatten einen Durchmesser von 9,96 mm und waren 89 mm vom Target entfernt. In 50 mm Abstand vom Target befand sich vor jedem der Detektoren eine weitere Blende von 7,04 mm Durchmesser, die zur Vorselektion der Teilchen diente und verhinderte, daß Teilchen im Kollimator gestreut wurden. Bei allen Detektorwinkeln von θ_1 kleiner 90° wurde im Kollimatorrohr des Detektors 1 noch eine 2,5 μm dicke Nickelfolie (Hersteller: Chromium Corp. of America, Qualitätsstufe C) befestigt, in der die elastisch gestreuten

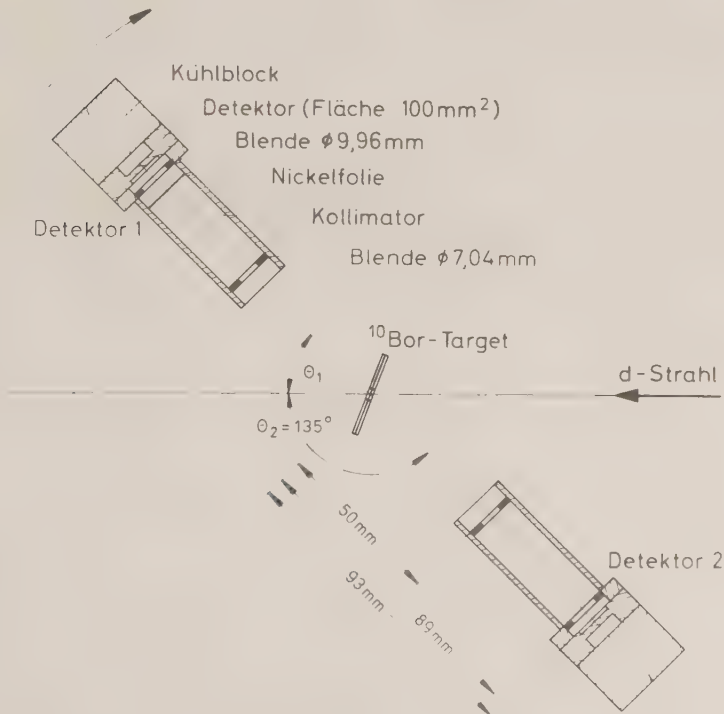


Fig. 2.3: Anordnung der Detektoren und Blenden

Deuteronen gestoppt wurden. Durch Bremsung der α -Strahlung eines ^{212}Pb -Präparates wurde diese Folie auf Homogenität geprüft und ihre Massenbelegung zu $2,27 \text{ mg/cm}^2$ bestimmt.

2.2 Elektronische Meßapparatur

Fig.2.4 zeigt das Blockschaltbild der verwendeten Meßelektronik. Die Anordnung dient dazu, die Koinzidenzspektren und gleichzeitig die zugehörigen Einzelspektren aufzunehmen. Der Aufbau der Schaltung zur Messung der korrelierten Spektren erfolgt in der üblichen Schnell-Langsam-Koinzidenztechnik. Die Analogsignale für die Einzelspektren werden vor der langsamen Koinzidenz abgezweigt. Die Funktionen der einzelnen Geräte wird nun näher erläutert.

Die in den Detektoren (D1, D2) erzeugten Stromimpulse werden in den FET-Vorverstärker (PA, Tennelec, Preamplifier Model TC 162) integriert und verstärkt. Die Vorverstärker werden direkt an der Streukammer angebracht, während die übrige Elektronik im Kontroll- und Meßraum aufgebaut wird. Wegen der langen Kabelwege (ca. 85 m) zwischen Vor- und Hauptverstärker werden Signalausgang und Masse jedes Vorverstärkers parallel über zwei Koaxialkabel mit den Differenzeingängen des zugehörigen Hauptverstärkers (MA, Tennelec Linear Amplifier TC 205) verbunden. Äußere Störungen erzeugen auf beiden Kabeln praktisch gleichphasige Signale mit gleicher Amplitude und werden deshalb im Differenzverstärker weitgehend unterdrückt. Neben diesem Differenzverstärker im Eingang enthält der Hauptverstärker (MA) weitere Verstärkerstufen, aktive Filternetzwerke zur Optimierung des Signal-Rausch-Verhältnisses, einen einstellbaren "Base-Line-Restorer" und eine "Pole-Zero-Cancellation". Am Energieausgang (E) erhält man für jedes nachgewiesene Teilchen einen nahezu gaußförmigen Spannungsimpuls, dessen Amplitude der Energie, die das Teilchen im Detektor verloren hat, proportional ist. Ein weiter sogenannter schneller Ausgang (t) liefert ein bipolares Signal, dessen Nulldurchgang in Abhängigkeit von der Amplitude um weniger als eine Nanosekunde wandert.

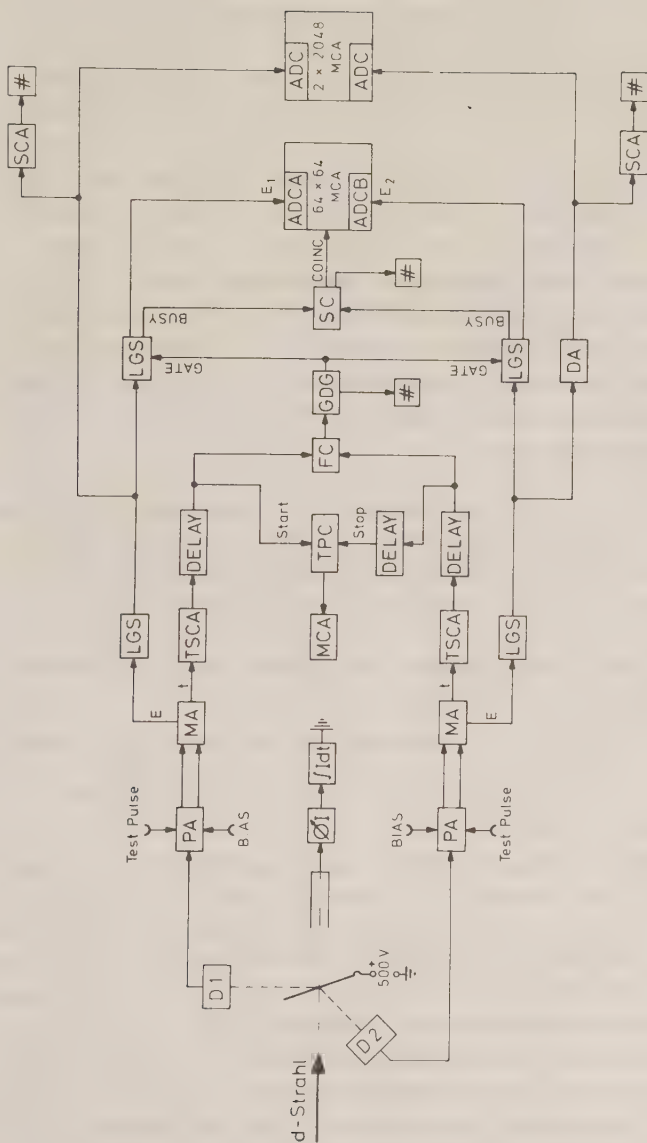


Fig. 2.4: Blockschaltbild der Messelektronik

Die bipolaren Signale (t) werden in "timing"-Amplituden-Diskriminatoren (TSCA, Ortec Timing Single Channel Analyser Model 420 A) in digitale Signale umgewandelt, wobei die Signale der elastisch gestreuten Deuteronen unterdrückt werden. Diese gehen dann über einstellbare Verzögerungsleitungen (Delay, SEN Delay-Unit Model FE 290) auf die Eingänge der schnellen Koinzidenzstufe (FC, Elscint Fast Slow Coincidence Model SFC-N-1). Die eingestellte Koinzidenzauflösungszeit beträgt $\tau = 40$ ns. Parallel zu dem Koinzidenzgerät ist ein Zeitimpulshöhenkonverter (TPC, Nuclear Enterprises, Time Converter) geschaltet, dessen Ausgangssignale mit einem Vielkanalanalysator (MCA) gespeichert werden können. Die Beobachtung der "Zeitspektren" dient zur Überprüfung des Zeitabgleichs. Da die Zeitelektronik auch während der langen Meßzeiten stabil blieb, wurde dieser MCA nur zu wenigen stichprobenartigen Kontrollen benötigt.

Die Energiesignale (E) der Hauptverstärker werden in Impulsformern (LGS, Ortec Linear Gate and Stretcher Model 442) weiterverarbeitet. Diese Mehrzweckgeräte erfüllen an dieser Stelle folgende Aufgaben:

1. Umwandlung der Eingangsimpulse in nahezu rechteckförmige Impulse gleicher Amplitude.
2. Anpassung der Breite der Ausgangsimpulse an die Anforderungen des Vielkanalanalysators für die Einzelspektren.
3. Verzögerung der Energiesignale um etwa 2 μ s.
4. Unterdrückung der Impulse durch elastisch gestreute Deuteronen durch entsprechende Einstellung der Eingangsschwelle.

Die Ausgangssignale werden einerseits auf die ADC's des Vielkanalanalysators (2×2048 MCA, Fabrikat Laben mit 4k Kernspeicher) zur Registrierung der Einzelspektren gegeben, wobei die Signale des Detektors 2 mit dem Verzögerungsverstärker (DA, Ortec Delay Amplifier Model 427) um 4 μ s verzögert werden, weil der Vielkanalanalysator nicht konvertiert, wenn beide ADC's gleichzeitig ein Signal erhalten. Zum anderen gehen diese Signale in die Analogeingänge von zwei weiteren LGS. Diese LGS dienen zur Herstellung

der langsamen Koinzidenzbedingung. Sie liefern nur dann ein Ausgangssignal, wenn zusammen mit dem analogen Eingangssignal ein logisches Signal von der schnellen Koinzidenz über den Gate-Generator (GDG, Orteck Gate und Delay-Generator Model 416A) auf den Gate-Eingang des LGS gelangt. Die analogen Ausgangssignale dieser LGS werden auf die ADC's des Vielkanalanalysators (64×64 MCA, Hersteller TMC mit 4k Kernspeicher) zur Aufnahme der Koinzidenzspektren gegeben.

Die LGS liefern neben dem analogen Signal ein logisches Signal am "Busy"-Ausgang. Diese Signale gehen auf eine Koinzidenzstufe (SC, Elscint Fast Slow Coincidence Model SFC-N-1) mit einer Auflösungszeit von $\tau = 2 \mu\text{s}$. Das Ausgangssignal dieser Stufe liefert das Koinzidenzsignal, welches der Zweiparameter-Vielkanalanalysator neben den Analogimpulsen benötigt. Durch diese Schaltung wird nebenbei sichergestellt, daß die Schwellen bei beiden Analogkreisen tatsächlich überschritten wurden.

Zur Messung von Apparaturtotzeiten werden auf beide Vorverstärker gleichzeitig Testimpulse mit einer Frequenz von 1 Hz gegeben. Die Amplitude dieser Testimpulse wird so gewählt, daß die erzeugten Analogimpulse noch in allen MCA registriert werden, daß aber alle durch den Nachweis von Teilchen vorkommenden Impulse eine kleinere Amplitude besitzen.

Der Faradaybecher der Targetkammer wird zur Messung des Ionenstromes über einen Stromintegrator ($\oint I, \int Idt$, Elcor Current Indicator and Integrator, Model A 310C) geerdet. Dieses Gerät zeigt den momentan fließenden Strom auf einem Zeigerinstrument an und erzeugt gleichzeitig - entsprechend dem eingestellten Meßbereich - pro $3 \cdot 10^{-6} \text{C}$ einen digitalen Ausgangsimpuls.

Zur laufenden Kontrolle des Experimentes werden die Ausgangssignale von folgenden Geräten parallel auf zwei Zählern (im Blockschaltbild mit # bezeichnet) registriert: Stromintegrator, Testpulser, schnelle Koinzidenz, langsame Koinzidenz und von zwei Einzelkanaldiskriminatoren (SCA, Ortec Single Channel Analyser Model 406A). Die Schwellen der SCA, die parallel zu den ADC's des

2 x 2048 MCA geschaltet sind, sind so eingestellt, daß die Anzahl der α -Ereignisse im zugehörigen Zweig gezählt wird. Nach jeweils 500 Impulsen vom Stromintegrator werden alle Zählerinhalte auf einem Paralleldrucker ausgegeben. Danach wird jeweils einer der zusammengehörigen Zähler gelöscht. So steht die gesamte Zählrate seit Beginn der Einstellung und die Zählrate während der letzten 1,5 mC zur Verfügung. In den Vorexperimenten zeigte es sich, daß hierdurch Fehler an Geräten oder ein Riss im Target sehr schnell erkannt werden können.

Zum gleichzeitigen Starten und Stoppen aller Vielkanalanalysatoren, aller Zähler und des Stromintegrators wird eine elektronische Steuereinheit benutzt. Der Kernspeicherinhalt des TMC-Vielkanalanalysators wird direkt auf Magnetband (Hewlett Packard 2020 Datamec) ausgegeben. Die Kanalinhalte der anderen beiden Analysatoren werden über ein Interface in den Kernspeicher des laboreigenen PDP-10-Rechners übernommen und dann auf Platte oder Magnetband übertragen. Das Prinzip dieses Realtime-Datentransfers wurde von Hanke et al (Ha74) beschrieben.

2.3 Gang der Messungen

Vor Beginn der eigentlichen Meßreihe mußte die gesamte Meßelektronik sorgfältig abgeglichen werden. Zunächst wurden die Verstärker mit Hilfe der α -Teilchen aus den Präparat ^{212}Pb eingestellt. Anschließend wurde die Zeitelektronik unter Benutzung von Testimpulsen abgeglichen. Dann wurden mit Teilchenimpulsen aus der zu untersuchenden Reaktion die Schwellen der TSCA und der auf die MA folgenden GS (vgl. Fig.2.4) so eingestellt, daß die Impulse durch die elastisch gestreuten Deuteronen unterdrückt wurden. Nach erneutem Abgleich der Zeitelektronik wurde ein Probespektrum gemessen, um die vorangegangenen Einstellungen zu kontrollieren. Bei befriedigendem Ergebnis wurden anschließend die Spektren der α -Teilchen aus den Präparaten ^{212}Pb und ^{241}Am aufgenommen, um eine unabhängige Energieeichung für die Vielkanalanalysatoren zu erhalten.

Im Hinblick auf die spätere Auswertung ist vor allem eine gute Kenntnis der Energieeichung der Zweiparameterspektren wichtig. Da bei der geringen Auflösung von 64 Kanälen pro Energieachse die Energieeichung mit einem entsprechend großen Fehler behaftet wäre, wurde folgende Eigenschaft des Vielkanalanalysators ausgenutzt: Die ADC's des Vielkanalanalysators waren bei allen hier beschriebenen Experimenten auf eine Auflösung von 4096 Kanälen eingestellt. Die Form der Abspeicherung der Ereignisse als Koinzidenzmatrix kann mit Hilfe des "Input-Format-Selectors" gewählt werden. Dabei werden die nicht benötigten niedrigen Bits der von den ADC's erhaltenen Adresse verworfen. Durch die Aufnahme von jeweils zwei Spektren in den Formaten 1024×4 bzw. 4×1024 konnte die Auflösung zur Energieeichung um einen Faktor 16 erhöht werden. Diese kann später unbedenklich auf das Format 64×64 umgerechnet werden, da es sich um eine digitale Umschaltung der Bewertung der Adressen handelt. (Eine digitale Umschaltung zur Ausnutzung der vollen Auflösung beider ADC's von 4k ist bei dem benutzten Gerät nicht möglich). Zur Aufnahme der Eichspektren wurden alle Koinzidenzbedingungen ausgeschaltet.

Anschließend wurden die Koinzidenzbedingungen wieder hergestellt und mit den Messungen begonnen, bei denen Detektor 1 unter Rückwärtswinkeln stand. Die hierbei eingestellten Richtungen des Detektors 1 waren: $\theta_1 = 165^\circ$, 150° , 135° , 121° , 108° und 96° mit $\phi_1 = 0^\circ$, sowie $\theta_1 = 167,1^\circ$ und 95° mit $\phi_1 = 0^\circ$. Bei jeder dieser Einstellungen wurde so lange gesammelt, bis die am Faraday-Becher gemessene Gesamtladung etwa $10^{-2}C$ betrug. Die hierzu erforderliche reine Meßzeit lag je nach Zustand des Beschleunigers zwischen 10,5 und 19 Stunden. (Bei der durchgehenden Strahlzeitperiode von insgesamt 3 Wochen fielen zwischendurch öfters Reparatur- und Wartungsarbeiten am Beschleuniger an). Nach Aufnahme dieser Meßpunkte wurde die Nickelfolie in das Kollimatorrohr des Detektors 1 eingebaut. Hierzu mußten die Detektoren auf Zimmertemperatur erwärmt und die Streukammer belüftet werden. Vor der Erwärmung der Detektoren und nachdem die Detektortemperatur von $-40^\circ C$ wieder erreicht war, wurde die Aufnahme von Eichspektren wiederholt. Anschließend wurde die Meßreihe fortgesetzt mit den Winkelstellungen

$\theta_1 = 75^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ$ und 15° mit $\phi_1 = 0^\circ$, sowie $\theta_1 = 72^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ$ und 15° mit $\phi_1 = 180^\circ$. Auch bei diesen Winkelstellungen betrug die Gesamtladung im Faraday-Becher etwa $10^{-2}C$.

Die Koinzidenzausbeute ist bei großen Winkeln zwischen beiden Detektor-Richtungen besonders groß und stark winkelabhängig. Deshalb wurden in diesem Winkelbereich weitere Messungen mit kürzerer Meßzeit vorgenommen. Eingestellt wurden die Winkel $\theta_1 = 67,5^\circ, 55^\circ, 50^\circ, 40,6^\circ, 35^\circ$ und $22,5^\circ$ mit $\phi_1 = 0^\circ$. Die Gesamtladung betrug hierbei $3 \cdot 10^{-3}C$ bei einer Meßzeit von 3 bis 4 Stunden. Anschließend wurden noch zwei Kontrollmessungen durchgeführt: Bei der Winkelstellung $\theta_1 = 96^\circ$ mit $\phi_1 = 0^\circ$, bei der vorher ohne Bremsfolie vor dem Detektor 1 gemessen wurde, wurde jetzt mit der Nickelfolie ein Spektrum aufgenommen und die Messung mit der Winkelstellung $\theta_1 = 45^\circ$ mit $\phi_1 = 0^\circ$, bei der die Koinzidenzrate besonders groß ist, wurde wiederholt. Die Gesamtladung bei diesen Kontrollmessungen betrug $2 \times 10^{-3}C$.

Zum Abschluß wurden nochmals Eichspektren gemessen.

3. Aufbereitung der Meßdaten

Die gemessenen Koinzidenz- und Einzelspektren bilden zusammen eine Datenmenge aus mehr als 200 000 Zahlen. Die Verarbeitung der Daten erfolgt mit Hilfe des PDP-10-Rechners des Dynamitron-Tandem-Laboratoriums. Die gemessenen Koinzidenzspektren werden auf die mittlere kinematische Kurve des Dreiteilchenzerfalls projiziert. Durch Normierung der Projektionen anhand der zugehörigen Einzelspektren wird der absolute differentielle Dreiteilchen-Wirkungsquerschnitt bestimmt. Aus diesem erhält man durch Division durch den Phasenraumfaktor die experimentellen Werte für das gemittelte Absolutquadrat des Übergangsoperators T_{fi} (vgl. Abschnitt 1.3). Die wesentlichen Schritte bis zu diesem Ergebnis, welches sich mit Resultaten von Modellrechnungen vergleichen läßt, werden in diesem Kapitel beschrieben.

3.1 Energieeichung und kinematische Kontrolle der Koinzidenzspektren

In dem im Experiment ausgenutzten Energiebereich der α -Teilchen von 0,5 bis 15 MeV besteht bei den verwendeten Detektoren und der nachgeschalteten Elektronik ein linearer Zusammenhang zwischen der Energie, mit der ein Teilchen in den Detektor gelangt, und der Kanalnummer im Vielkanalanalysator. Für jede Energieachse des Zweiparameter-Vielkanalanalysators stehen Eichspektren mit einer Auflösung von 1024 Kanälen zur Verfügung (vgl. Abschnitt 2.3). Anhand dieser Eichspektren werden der α -Linie des ^{241}Am bei 5,486 MeV und den α -Linien der ^{212}Pb -Tochterkerne ^{212}Bi und ^{212}Po bei 5,60, 5,761, 6,094 und 8,785 MeV Kanalnummern zugeordnet. Durch diese Wertepaare wird nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate eine Gerade gelegt. Die größte Abweichung der Meßpunkte von dieser Geraden ist kleiner als ein Kanal. Dabei werden Meßpunkte aus allen Eichmessungen verwendet, denn die Stabilität der verwendeten Elektronik ist zufriedenstellend. So beträgt die größte Verschiebung einer Eichlinie zwischen Beginn und Ende der Meßreihe einen Kanal. Die erhaltene Energieeichung für eine Auf-

lösung von 1024 Kanälen wird auf die Auflösung von 64 Kanälen, die bei der Messung der Koinzidenzspektren benutzt wurde, umgerechnet. Damit ist die Energiezuordnung für die Kanalmittelpunkte der Koinzidenzspektren besser bekannt als $1/16$ der Kanalbreite.

In Abschnitt 1.2 wurde gezeigt, daß durch die Festlegung von zwei Raumrichtungen und die Messung der Energien von zwei koinzidenten Teilchen die Kinematik der Dreiteilchen-Reaktion überbestimmt ist. Anstelle der bei Punktgeometrie zu erwartenden kinematischen Kurve erhält man im Experiment in der Umgebung dieser Kurve einen mehr oder weniger breiten Streifen, auf dem die echten Koinzidenzereignisse liegen. Diese Verbreiterung kommt zustande durch die endliche Winkelöffnung der Detektoren, die endliche Targetdicke und die Energiebreite des Kanalrasters des Zweiparameter-Vielkanalanalysators.

Mit der bekannten Energieeichung können kinematische Grenzkurven zu den gemessenen Verteilungen berechnet werden. Hierzu wurde ein von Krug (Kr72) geschriebenes Eichprogramm für die Anforderungen dieser Experimente modifiziert. Berücksichtigt wird die unterschiedliche Eindringtiefe der Deuteronen in das Target und die hierdurch verursachte verschiedene Bremsung der Deuteronen und α -Teilchen, sowie die Winkelöffnung der Detektoren. Soweit vor dem Detektor 1 eine Nickelfolie angebracht war, wurde der Energieverlust in dieser Folie ebenfalls in Bremsprogrammen berücksichtigt. Fig.3.1 zeigt einen "dreidimensionalen" Plot eines Koinzidenzspektrums mit berechneten kinematischen Grenzkurven. Die inneren Kurven zeigen die Verbreiterung durch die endliche Targetdicke allein, die äußeren die Verbreiterung, die durch die Targetdicke und die endliche Winkelöffnung insgesamt verursacht wird. Die an der E_1 -Achse angegebenen Energien sind der Kanalzahl nicht proportional, da die Energie der α -Teilchen vor der Bremsung in der Nickelfolie berechnet wurden.

Zu jedem gemessenen Koinzidenzspektrum wurde ein solcher Plot erstellt. Die Übereinstimmung war in allen Fällen so gut wie in dem gezeigten Beispiel, obwohl die Rechnung keinen freien Parameter

zur Anpassung enthält. Hierdurch war eine unabhängige Kontrolle der eingestellten Detektorwinkel und der richtigen Berücksichtigung der Bremsung, die für die weitere Auswertung wichtig war, gegeben (vgl. auch Fig.3.3).

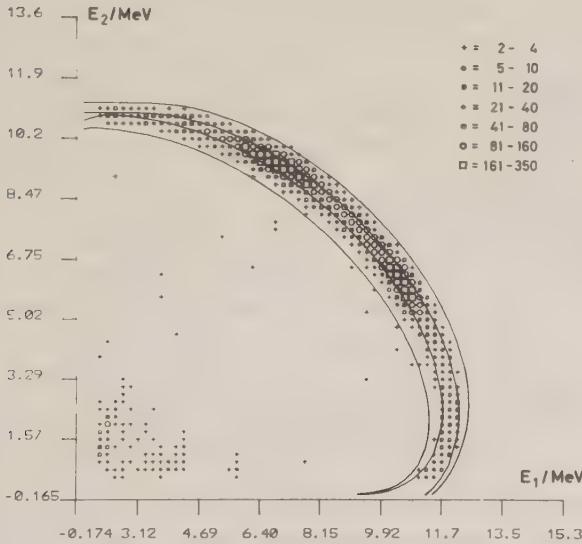


Fig. 3.1:
Koinzidenzspektren
bei $\theta_1 = 60^\circ$
 $\phi_1 = 0^\circ$
 $\phi_2 = 135^\circ$
 $\phi_2 = 180^\circ$
mit kinematischen
Grenzkurven

3.2 Echte und zufällige Koinzidenzen

Nicht alle Ereignispaare, die von der Koinzidenzapparatur als gleichzeitig registriert wurden, gehören zu dem Zerfall eines einzigen Kerns. Innerhalb der Auflösungszeit der Koinzidenzapparatur können auch zufällig zwei unkorrelierte Teilchen die Detektoren treffen.

Fig.3.2 zeigt ein typisches Zeitspektrum, welches mit Hilfe des Zeitamplitudenkonverters (TPC, vgl. Blockschaltbild Fig.2.4) gemessen wurde. Das gezeigte Spektrum wurde gleichzeitig mit dem Koinzidenzspektrum aus Fig.3.1 aufgenommen.

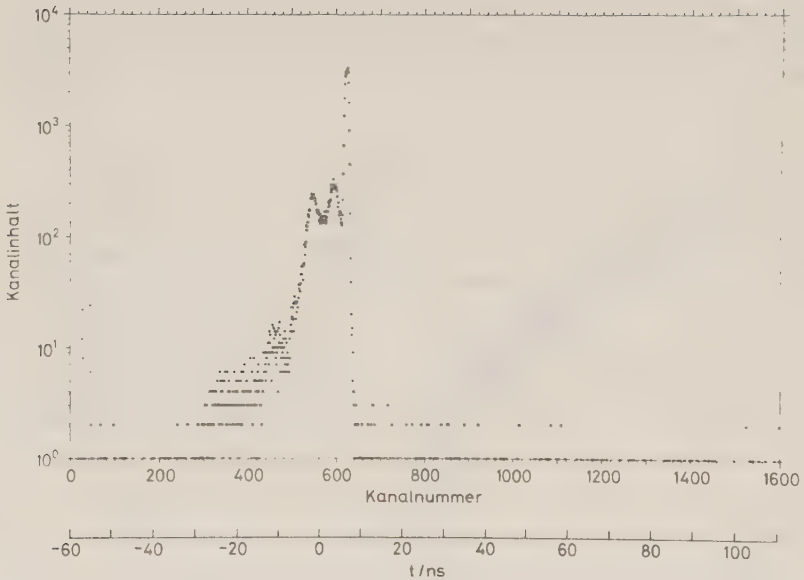


Fig. 3.2: Zeitspektrum zu dem Energiespektrum aus Fig. 3.1

Die höchste Linie im Zeitspektrum entstand durch die Testimpulse. Die weitere Struktur ergibt sich aus den Laufzeitdifferenzen zwischen korrelierten α -Teilchen unterschiedlicher Energie und dem "Timewalk" der Timing-Einkanaldiskriminatoren. Man erkennt, daß alle nennenswerten Zählraten innerhalb der am Koinzidenzgerät eingestellten Zeitauflösung von ± 40 ns liegen. Da die zufälligen Koinzidenzen zu unkorrelierten Ereignissen gehören, ist jede Zeitdifferenz zwischen dem Eintreffen der beiden zugehörigen Teilchen gleich wahrscheinlich. Wie man aus Fig.3.2 erkennt, ist diese - im Rahmen der Zählstatistik konstante - Untergrundzählrate verglichen mit der echten Koinzidenzzählrate sehr klein.

Neben den Koinzidenzen aus der untersuchten Reaktion erhält man auch aus der Störreaktion $^{11}\text{B}(d,\alpha\alpha n)$ echte Koinzidenzen, da das Target zu 3% aus ^{11}B besteht. Die Zählereignisse aus der untersuchten Dreiteilchen-Reaktion müssen jedoch aufgrund der

Kinematik in einem engen Bereich des 64×64 -Koinzidenzspektrums liegen. Diese Beschränkung gilt weder für die zufälligen Koinzidenzen, noch für die Ereignisse aus der störenden Vierteilchen-Reaktion. Wie man aus Fig.3.1 erkennt, ist die Zählrate außerhalb der kinematischen Grenzkurven klein und in der Nachbarschaft des kinematisch zulässigen Bereiches vernachlässigbar gegen die Zählrate innerhalb der Grenzkurven. Diese Aussage gilt für alle gemessenen Koinzidenzspektren. Deshalb kann die Untergrundzählrate im Bereich zwischen den Grenzkurven vernachlässigt werden.

Vor der weiteren Datenauswertung werden die Inhalte aller Kanäle, die zwischen der untersten kinematischen Grenzkurve und den Energieachsen liegen, mit Hilfe eines FORTRAN-Programmes gelöscht, um die Spektren von diesem Untergrund zu befreien.

3.3 Projektion auf die mittlere kinematische Kurve

3.3.1 Vorbetrachtungen zur Projektion

Die Information über die untersuchte Kernreaktion ist bei vollständigen Dreiteilchen-Experimenten in einem Streifen von Kanälen einer zweidimensionalen Matrix enthalten. Wie in den Abschnitten 1.2 und 3.1 gezeigt wurde, wird die Lage dieses Streifens durch die eingestellten kinematischen Parameter und seine Breite durch die endliche experimentelle Auflösung bestimmt.

In die experimentelle Verbreiterung gehen sieben unabhängige Parameter ein, nämlich vier Winkel, zwei Kanalbreiten und der Reaktionsort im Target. Deshalb ist es schwierig, eine gemessene Verteilung direkt mit theoretischen Rechnungen zu vergleichen: Der theoretische Wirkungsquerschnitt müßte vor dem Vergleich siebendimensional gefaltet werden, was in der Praxis auch mit Hilfe eines Rechners kaum durchzuführen ist.

Aus diesen Gründen wurden die zweidimensionalen Spektren zur quantitativen Analyse in fast allen Arbeiten bis etwa zum Jahr 1967 auf die Energieachsen projiziert (z.B. sind in dem Bericht

von der Tagung über Dreiteilchen-Kernreaktionen im Zermatt 1967 (Ze67) alle experimentellen Ergebnisse in dieser Form publiziert). Dieses auch heute noch gängige Projektionsverfahren ist einfach in der Durchführung. Bei der Projektion auf eine Energieachse integriert man über die Energie des zweiten Teilchens. Dieses Ergebnis kann man aber in einem einfacheren Experiment, nämlich durch eine einparametrische Koinzidenzmessung, erhalten: Man braucht dann nur zwei Richtungen durch eine Koinzidenzapparatur festzulegen und die Energie eines der beiden Teilchen zu messen, und erhält diese Projektion. Da die kinematische Kurve im allgemeinen Fall zweiwertig bezüglich beider Energieachsen ist, geht durch eine solche Projektion die Information verloren, zu welchem Zweig der kinematischen Kurve die projizierten Ereignisse gehören. Außerdem führen die unterschiedlichen Steigungen der kinematischen Kurve zu einer Verzerrung der zweiparametrischen Verteilung. Vor allem wird aber der Vergleich mit theoretisch berechneten Projektionen dadurch erschwert, daß der Phasenraumfaktor bei der Projektion auf die Energieachse i für die kinematische Situation singular wird, bei der die Relativenergie der Teilchen j und k null ist ($i, j, k = 1, 2, 3$ und zyklisch, vgl. Abschnitt 1.3). Durch die Betrachtung der Projektionen des zweidimensionalen Spektrums auf beide Energieachsen kann der Einfluß dieser Nachteile zwar in den meisten Fällen gemindert werden, da eine vertikale Tangente bezüglich der einen Energieachse eine horizontale Tangente bezüglich der anderen Achse bedeutet, jedoch wird die Analyse durch die Verwendung von zwei Projektionen, die man jeweils nur in Teilbereichen benutzen kann, kompliziert. Deshalb wird dieses Projektionsverfahren in der vorliegenden Arbeit nicht zur Auswertung verwendet.

Es ist üblich, über die experimentelle Auflösung zu mitteln, wenn die Änderung der untersuchten Größe im Mittelungsintervall klein ist. So integriert man z.B. bei der Auswertung der Winkelverteilung einer Kernreaktion mit zwei Teilchen im Ausgangskanal die Zählrate in einem "Pik", dessen Breite durch die experimentelle Energieauflösung, die Winkelauflösung und die Targetdicke gegeben ist, und ordnet damit einem mittleren Wert dieser Parameter

eine feste Intensität zu. Mittelt man bei einer Dreiteilchen-Reaktion entsprechend über die endliche experimentelle Auflösung, so erhält man eine Intensitätsverteilung entlang der mittleren kinematischen Kurve, die wegen des Energierasters des Vielkanal-analysators und der Zählstatistik in diskontinuierlicher Form vorliegt. Es liegt nun nahe, diese gemittelte Intensitätsverteilung in Abhängigkeit von der Bogenlänge der kinematischen Kurve aufzutragen, um aus der dreidimensionalen eine zweidimensionale Darstellung zu erhalten. Bei diesem Schritt geht keine Information verloren, da es sich um eine eindeutige Abbildung handelt. Die diskontinuierliche Form der Meßdaten wird dadurch berücksichtigt, daß die mittlere kinematische Kurve in Bogenelemente von konstanter Bogenlänge unterteilt wird. Teilt man alle kinematischen Kurven in die gleiche Anzahl von solchen "Bogenkanälen" ein, so erhält man eine einheitliche Darstellung für die Koinzidenzspektren bei verschiedenen experimentellen Bedingungen. Diese Form der Darstellung der Meßergebnisse von Dreiteilchen-Experimenten wurde zuerst von Assimakopoulos et al (As67) beschrieben.

Damit bleibt allerdings zunächst die Frage offen, nach welchem Verfahren die Ereignisse, die *n i c h t* auf der mittleren kinematischen Kurve liegen, einem Bogenelement dieser Kurve zuzuordnen sind. Hierzu sind verschiedene Projektionsverfahren möglich, wobei darauf zu achten ist, daß das Verfahren auch an den Umkehrpunkten der doppeldeutigen Kurve funktioniert und daß keine gemessenen Ereignisse doppelt oder gar nicht projiziert werden. Zum Beispiel beschreibt Eichner (Ei73) ein Verfahren, bei dem um jedes Bogenelement ein Projektionsintervall mit konstanter Projektionsbreite und Fläche gelegt wird. Hierzu nähert er die Bogenelemente der kinematischen Kurve durch Kreisbögen an.

Ein solches analytisches Projektionsverfahren kann zur Auswertung der hier vorgelegten Messungen nicht verwendet werden. Da beide Detektoren einen relativ großen Raumwinkel erfassen, ist es unter geeigneten kinematischen Bedingungen möglich, daß zwei der drei α -Teilchen aus einer Reaktion gleichzeitig einen Detektor treffen, während das zugehörige dritte Teilchen in dem anderen

Detektor registriert wird. In diesem Fall ist das Signal im ersten Detektor proportional zur Summe aus den Energien der beiden Teilchen, die in diesen Detektor gelangt sind. Hierdurch werden echte Koinzidenzereignisse erzeugt, die nicht auf, sondern oberhalb der zugehörigen kinematischen Kurve liegen. In Fig.3.3 ist ein "dreidimensionaler" Plot des Spektrums mit $\theta_1 = 40,6^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$ und $\theta_2 = 135^\circ$, $\phi_2 = 180^\circ$ gezeigt, bei dem dieser Effekt besonders deutlich zu beobachten ist (durch Pfeile angedeutet). Fliegen zwei der drei Teilchen im Schwerpunktsystem in die gleiche Richtung, so folgt aus der Gültigkeit des Impulssatzes, daß das dritte Teilchen dann in die entgegengesetzte Richtung fliegen muß. Wegen der geringen Einschußenergie und wegen des hohen Q-Wertes besteht bei der untersuchten Reaktion nur ein geringer Unterschied zwischen Schwerpunkt- und Laborsystem. Deshalb findet man diese "Summen-Piks" bei Zwischenwinkeln zwischen den Detektoren in der Umgebung von 180° , wobei wegen der endlichen Winkelauflösung die Bedingung der Kollinearität nur näherungsweise erfüllt zu sein braucht.

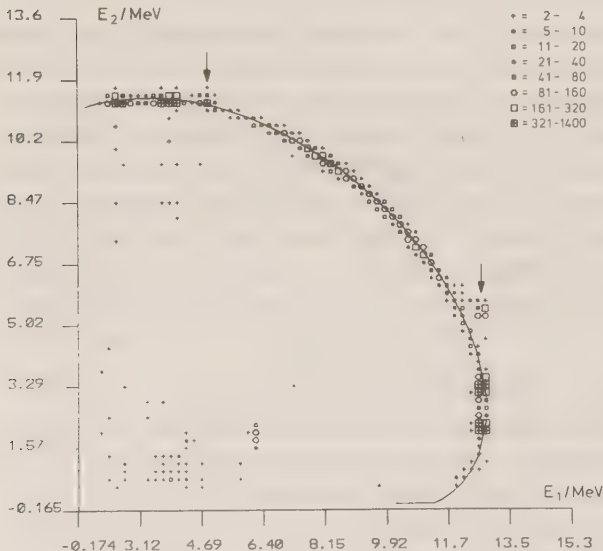


Fig. 3.3:

Koinzidenzspektrum für

$$\theta_1 = 40,6^\circ, \phi_1 = 0^\circ, \theta_2 = 135^\circ, \phi_2 = 180^\circ$$

mit mittlerer kinematischer Kurve. An den mit Pfeilen gekennzeichneten Stellen findet man Ereignisse durch den gleichzeitigen Nachweis von zwei Teilchen in einem Detektor und des zugehörigen dritten Teilchen in dem anderen Detektor

Die kinematische Kurve wird unter der Voraussetzung berechnet, daß in jedem Detektor nur ein Teilchen nachgewiesen wird. In Fig.3.3 erkennt man, daß die durch Pfeile gekennzeichneten "Summen-Piks" hohe Zählraten enthalten können. Diese koinzidenten Ereignisse müssen deshalb korrekt eingeordnet werden. In einem analytischen Projektionsverfahren, wie etwa dem von Eichner beschrieben, würde der "Summen-Pik" im Detektor 2 (bei $E_1 \cong 4,9$ MeV, $E_2 \cong 11,2$ MeV) einem falschen Bereich der kinematischen Kurve zugeordnet, da er sehr dicht bei der mittleren kinematischen Kurve liegt. Der andere "Summen-Pik" würde gar nicht projiziert oder bei sehr großer Wahl der Projektionsbreite ebenfalls falsch eingeordnet. Die physikalisch richtige Zuordnung zu einem Bogenelement ist allerdings nicht eindeutig: Bei Übergang zu kleineren Raumwinkeln würde man in dem Detektor mit großer Wahrscheinlichkeit nur eines der beiden Teilchen nachweisen, bei den gegebenen Öffnungswinkeln sind aber beide gleichberechtigt. Außerdem kann man aus der Summe der Energien der beiden Teilchen nicht die Energien der einzelnen Teilchen berechnen, da innerhalb der experimentellen Auflösung unendlich viele kinematische Möglichkeiten zu dem gleichen Meßergebnis führen.

3.3.2 Beschreibung des Projektionsverfahrens

Die Schwierigkeiten, die mit dem Auftreten der "Summen-Piks" verbunden sind, lassen sich beheben, wenn man die gemessene Verteilung mit einem Monte-Carlo-Verfahren entfaltet. Wählt man aus jeder der beiden Detektorflächen einen Auftreffpunkt für das im Detektor registrierte Teilchen, aus der Targetdicke einen bestimmten Reaktionsort und für die Energie eines Teilchens einen festen Wert E_1 aus, so kann man die Energie E_2 des Koinzidenzpartners ausrechnen. Liegt das Energiepaar E_1, E_2 innerhalb der Kanalbreiten, die zu einem gemessenen Koinzidenzereignis gehören, so kann das Ereignis im Experiment in dieser Punktgeometrie entstanden sein. Es gibt jedoch innerhalb der experimentellen Auflösung unendlich viele andere Sätze der Parameter, die das gemessene Ereignis auch erklären können. Wenn sich der Wirkungsquerschnitt innerhalb der

durch die experimentelle Auflösung gegebenen Intervalle nicht ändert, so treten alle kinematisch möglichen Kombinationen der Parameter mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf. Ordnet man mit Hilfe des Zufallszahlengenerators jedem einzelnen Koinzidenzereignis einen Satz von festen Werten der Parameter aus dem Intervall der experimentellen Auflösung zu, so erhält man eine statistische **E n t f a l t u n g** der gemessenen Verteilung, die den experimentellen Verhältnissen nahekommt. Jedem einzelnen Ereignis aus demselben Kanal der Koinzidenzmatrix wird im allgemeinen ein anderer Satz von sieben Parametern zugewiesen, der beschreibt, wie dieses Ereignis in einem Experiment mit Punktgeometrie und hervorragender Energieauflösung gemessen werden könnte.

Die entfalteten Verteilungen werden nicht abgespeichert, da diese allein wegen des Umfangs der Datenmenge wenig übersichtlich sind. Stattdessen werden die simulierten Parameter benutzt, um die gemessenen Daten in ein anderes System zu transformieren. Krug (Kr72) führte in dieser Weise eine Transformation seiner gemessenen Daten in ein Kanalaraster im Schwerpunktsystem durch. Hier werden die simulierten Werte dazu benutzt, um die gemessenen Ereignisse auf die kinematische Kurve zu projizieren:

- 1) Durch die Zuordnung fester kinematischer Parameter ist die Lage jedes einzelnen Koinzidenzereignisses auf "seiner" kinematischen Kurve bestimmt.
- 2) Die Summenereignisse lassen sich konsistent behandeln, da man aus den definierten Parametern die Richtung des dritten Teilchens eindeutig berechnen kann und damit weiß, ob es ebenfalls einen der Detektoren trifft.

Das Verfahren wird jetzt anhand der wesentlichen Schritte des Rechenprogramms im einzelnen erläutert. Da im Programmablauf einzelne Programmabschnitte häufig durchlaufen werden, sind einzelne der beschriebenen Schritte erst nach öfterer Wiederholung der "Schleifen" von Bedeutung.

Zuerst wird das vom Untergrund befreite Koinzidenzspektrum in den Kernspeicher des Rechners eingelesen. Die 64×64 -Koinzidenz-

matrix wird vom 64-ten E_2 -Kanal ausgehend zeilenweise und vom ersten E_1 -Kanal ausgehend spaltenweise abgearbeitet. Im ersten Schritt wird untersucht, ob in der betreffenden Zeile (bzw. Spalte) alle Kanalinhalte null sind oder ob bereits mehr als 2048 vergebliche Simulationsversuche hintereinander in dieser Zeile vorgenommen wurden. Ist eine dieser Bedingungen erfüllt, geht das Programm zur nächsten Zeile (bzw. Spalte) über. Sonst wird aus der Energiegleichung die Energie $\bar{E}_2$ (bzw. $\bar{E}_1$) in der Mitte des betrachteten Zeilen- (bzw. Spalten-)Kanals ausgerechnet. Aus dem Energieintervall $\bar{E}_2 \pm \Delta E_2$ ($2 \cdot \Delta E_2$ ist die Energiebreite des Kanals) und aus dem Winkelbereich $\bar{\Theta}_2 \pm \Delta \Theta_2$, $\bar{\Phi}_2 \pm \Delta \Phi_2$ ($\bar{\Theta}, \bar{\Phi}$ sind die mittleren Werte für Detektorrichtungen, $\Delta \Theta$ und $\Delta \Phi$ sind durch die experimentelle Winkelauflösung gegeben) wird ein Energiewert E_2 und eine Richtung Θ_2, Φ_2 durch drei Zufallszahlen ausgewählt. Befindet sich vor dem Detektor eine Bremsfolie, so wird anschließend die Energie vor der Folie berechnet. Aus dem Bereich der Targetdicke wird - wieder zufällig - ein Wert für den Reaktionsort angenommen. Hieraus wird die Energie E_2' , die das hypothetische Teilchen vor der Bremsung im Target hatte, sowie die Energie E_d' des Deuterons am Reaktionsort ausgerechnet. Durch zwei weitere Zufallszahlen wird die Flugrichtung Θ_1, Φ_1 des anderen Teilchens aus dem Winkelbereich $\bar{\Theta}_1 \pm \Delta \Theta_1$, $\bar{\Phi}_1 \pm \Delta \Phi_2$ ausgewählt. Aus $E_d', \Theta_1, \Phi_1, \Theta_2, \Phi_2$ und E_2' wird die Energie E_1' des zugehörigen koinzidenten Teilchens am Reaktionsort, sowie die Energie und die Flugrichtung des dritten Teilchens berechnet. Nach Berücksichtigung aller Bremsungen erhält man aus E_1' die Energie E_1 des Teilchens im Detektor. Trifft das dritte Teilchen ebenfalls einen der beiden Detektoren, so wird unter Berücksichtigung der Bremsungen dieses Teilchens die Summenenergie für dieses Teilchen bestimmt. Aus den Energien E_1 und E_2 bzw. aus der Summenenergie und der zugehörigen zweiten Energie wird berechnet, in welchem Kanal der Koinzidenzmatrix das simulierte Ereignis liegt. Ist der Inhalt des getroffenen Kanals (noch) ungleich null, so wird angenommen, daß ein Koinzidenzereignis aus diesem Kanal im Experiment durch die Realisierung der simulierten Parameter entstanden ist. Der betreffende Kanalinhalt wird um eins vermindert und die gewonnenen Parameter werden zur

weiter unten beschriebenen Einordnung des Ereignisses in einen Bogenkanal benutzt. Ist der Inhalt des getroffenen Kanals null, so war dieser Simulationsversuch erfolglos. Nach jedem (erfolgreichen oder erfolglosen) Simulationsversuch aus einer Zeile beginnt der nächste Versuch in der Spalte, die zuletzt behandelt wurde, und umgekehrt. Das Spektrum ist abgearbeitet, wenn alle Zeilen und alle Spalten in dieser Weise untersucht sind.

Geht man bei der Simulation nur von der E_1 -Achse als Parameterachse aus, so wird die Wahrscheinlichkeit, einen bestimmten E_2 -Kanal zu treffen, an den Stellen klein, an denen die kinematische Kurve bezüglich der E_1 -Achse eine senkrechte Tangente hat, weil die Änderung von E_2 in Abhängigkeit von E_1 groß ist. Geht man in diesem Fall von der E_2 -Achse aus, so wird die Trefferwahrscheinlichkeit für den E_1 -Kanal groß. Läuft die kinematische Kurve etwa parallel zur E_1 -Achse, so tritt der umgekehrte Fall ein. Da während des Programmablaufs in jeder Zeile und jeder Spalte ein letzter Kanal übrig bleibt, der noch getroffen werden muß, wird die Parameterachse nach jedem Simulationsversuch gewechselt. Durch die Wahl der Anfangszeile und Anfangsspalte ist dafür gesorgt, daß etwa das gleiche kinematische Gebiet gleichzeitig von beiden Achsen aus untersucht wird.

Ist ein Ereignis erfolgreich simuliert, so ist durch angenommene Werte für Θ_1 , Φ_1 , Θ_2 , Φ_2 und die Energie des Deuterons nach der Bremsung im Target eine kinematische Kurve definiert, auf der dieses Ereignis liegt. Diese Kurve wird in hundert gleichlange Intervalle eingeteilt, die durchnummeriert werden. Die Zählung beginnt an der Stelle, an der $E_1 = 0$ ist. Wurde das Ereignis dadurch erklärt, daß in jedem der beiden Detektoren nur ein Teilchen nachgewiesen wurde, ist dem simulierten Ereignis eindeutig ein "Bogenkanal" zugeordnet, in den es einsortiert wird. Wurde das Ereignis dadurch simuliert, daß in einem Detektor zwei Teilchen nachgewiesen wurden, so sind zwei Ereignispaare gegeben. In diesem Falle wird die relative Lage beider Ereignispaare auf den zugehörigen kinematischen Kurven bestimmt und in die ermittelten Bogenkanäle je ein "halbes Ereignis" eingeordnet, da insgesamt nur ein Koinzi-

denzereignis aufgetreten ist. Zur Berechnung der kinematischen Kurve und der Lage des Ereignisses auf der Kurve werden die Energien der α -Teilchen vor der Bremsung im Target und in der eventuell vorhandenen Nickelfolie benutzt, die zur Simulation berechnet wurden. Die Projektion des einzelnen Ereignisses erfolgt also auf die kinematische Kurve eines idealen Experimentes mit unendlich guter Winkelauflösung, optimaler Energieschärfe und einem unendlich dünnen Target. Dabei stünden die Detektoren unter den simulierten Winkeln und die Einschußenergie hätte den Wert, der aus der simulierten Bremsung im Target folgt.

Zum späteren Vergleich mit theoretischen Rechnungen ist die Anzahl der gemessenen Koinzidenzen durch den Phasenraumfaktor zu dividieren. Dieser wurde aus den festgelegten Parameterwerten für jede Einzelkoinzidenz getrennt ausgerechnet. So wurde über die im kinematisch zugelassenen Bereich möglichen Einzelwerte des Phasenraumfaktors gemittelt.

Ist das Spektrum abgearbeitet, wird a) die Koinzidenzzählrate in Abhängigkeit von der Bogenlänge, b) diese Zählrate geteilt durch den Phasenraumfaktor und werden c) alle Kanalinhalte aus der ursprünglichen Koinzidenzmatrix, die unsimuliert übrig geblieben sind, ausgegeben. Die restlichen unsimulierten Ereignisse bestehen aus zwei Anteilen: Einmal aus den wenigen zufälligen Ereignissen, die energetisch über den kinematisch zulässigen Bereich liegen, und vor der Simulation nicht gelöscht wurden (siehe Abschnitt 3.2), weil in diesem Gebiet auch die Summenereignisse liegen. Die zufälligen Ereignisse können bei der Simulation nicht getroffen werden. Zum anderen werden auch einzelne Ereignisse, die am Rande des kinematisch zulässigen Bereiches liegen, nicht getroffen. Bei der benutzten Programmversion ist dies bei weniger als 0,1% aller echten Koinzidenzereignisse der Fall. In einem Testlauf zeigte es sich, daß diese Zahl durch drastische Erhöhung der Anzahl der Simulationsversuche noch kleiner wird. Da dies einen unvertretbar hohen Aufwand an Rechenzeit bedeutet, wird auf diese wenigen Ereignisse, die kinematisch unwahrscheinlich sind, verzichtet, denn ihr Beitrag ist im Rahmen der Zählstatistik vernachlässigbar klein.

Durch die hohe Trefferwahrscheinlichkeit ergibt sich nochmals eine unabhängige Kontrolle der Spektreneichung und der richtigen Berücksichtigung der Bremsung. Da auch die Ereignisse, die durch den Nachweis von zwei Teilchen in dem selben Detektor erzeugt wurden, getroffen werden, wird die richtige Interpretation dieser "Summen-Piks" bestätigt. In Fig.3.4 ist die Projektion des Spektrums aus Fig.3.3 als Beispiel eines projizierten Spektrums gezeigt.

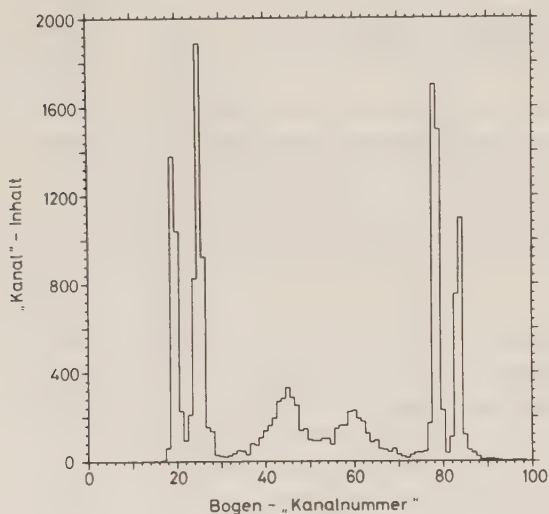


Fig. 3.4:
Projektion des in
Fig.3.3 gezeigten
Koinzidenzspektrums
auf die mittlere
kinematische Kurve

3.3.3 Diskussion des benutzten Projektionsverfahrens

Bei den aus der Literatur bekannten Projektionsverfahren werden alle Koinzidenzereignisse, die nicht auf der mittleren kinematischen Kurve liegen, auf diese Kurve geschoben. Bei dem hier beschriebenen Verfahren wird durch jedes Ereignis eine kinematische Kurve gelegt und die relative Lage des Ereignisses auf dieser Kurve bestimmt. Die Mittelung erfolgt hierbei durch die Zusammenfassung der unterschiedlichen kinematischen Kurven aus dem durch die experimentelle Auflösung gegebenen Bereich. Um das

Verfahren zu veranschaulichen, wurde mit Hilfe des on-line-Plotters des PDP-10-Rechners die Fig.3.5 hergestellt, die die Form der Projektionsintervalle zeigt. Zur Berechnung des Plots wurden für jeden Kurvenzug hundert zufällige Werte für die Parameter E_0 (Eindringtiefe des Deuterons in das Target), θ_1 , ϕ_1 , θ_2 , ϕ_2 innerhalb der experimentellen Auflösung erzeugt. Für jeden dieser Parametersätze wurde die zugehörige kinematische Kurve in fünfzig Bogenkanäle eingeteilt. Der Bereich der Kurve, der zu jedem ungeraden Bogenkanal gehört, wurde schwarz ausgezogen. Durch die Überlagerung von hundert Kurvenstücken wird die Form des kinematischen Bereiches deutlich, der bei der Projektion zu einem Bogenkanal zusammengefaßt wird. In der gezeigten Fig.3.5 ist das Verfahren für folgende mittlere Zwischenwinkel zwischen Detektor 1 und 2 durchgeführt: 180° , 150° , 120° , 60° und 0° (die Kurven für 30° Zwischenwinkel liegen so dicht an den 0° -Kurven, daß ihre Eintragung das Bild nur unübersichtlich machen würde. Vgl. auch Fig.1.4).

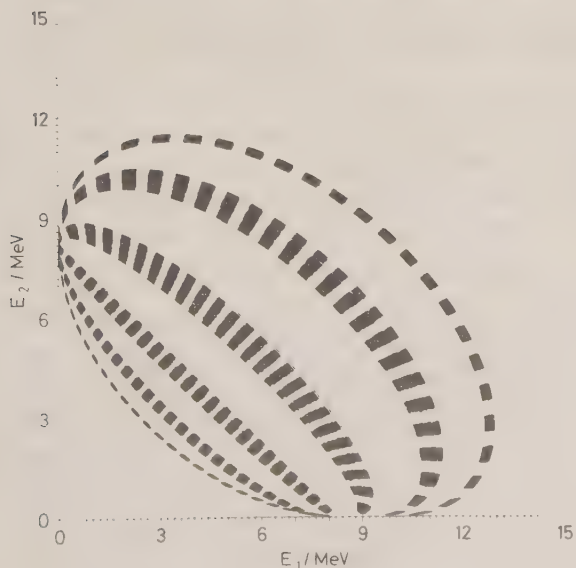


Fig. 3.5:

Form der Projektionsintervalle bei verschiedenen Zwischenwinkeln. Bei der Berechnung der Kurvenzüge ist die zentrale Richtung von Detektor 2: $\theta_2 = 135^\circ$, $\phi_2 = 180^\circ$. Die zentrale Richtung von Detektor 1 nimmt die Werte (Kurvenzüge von außen nach innen): $\theta_1 = 45^\circ, 75^\circ, 105^\circ, 135^\circ, 165^\circ$ mit $\phi_1 = 0^\circ$ und $\theta_1 = 135^\circ$ mit $\phi_1 = 180^\circ$ an. (Vgl. auch Fig.1.4)

Dabei wurde, wie im Experiment, die Richtung des Detektors 2 mit $\theta_2 = 135^\circ$, $\phi_2 = 180^\circ$ angenommen und der Winkel des Detektors 1 bei koplanarer Geometrie - wie in Fig. 1.4 - verändert. Es sei noch darauf hingewiesen, daß die ausgezogenen Bereiche und die Zwischenräume in Fig. 3.5 bei den äußeren Kurven gleich breit sind, obwohl eine bekannte optische Täuschung die Zwischenräume schmaler erscheinen läßt. (Bei den inneren Kurven tritt eine Verschmierung hauptsächlich durch die zunehmende Verschmutzung der Tuschefeder des Plotters auf, was sich bei einer Gesamtplotzeit von ca. 12 Stunden nicht vermeiden läßt).

Eine Zusammenfassung von Zählraten aus verschiedenen kinematischen Bedingungen ist nur dann sinnvoll, wenn sich der Wirkungsquerschnitt innerhalb des Bereiches, über den integriert wird, nur schwach verändert. Alle Projektionsverfahren, die diese Bedingung erfüllen, sind prinzipiell gleichberechtigt. So wird man sich nach praktischen Gesichtspunkten für ein bestimmtes Verfahren entscheiden. Die Vorteile des hier beschriebenen statistischen Projektionsverfahrens gegenüber einem analytischen Verfahren liegen auf der Hand:

1. Koinzidenzereignisse, die durch den Nachweis von zwei Teilchen in dem gleichen Detektor entstanden sind, werden konsistent behandelt und ohne Schwierigkeit "eindeutig" physikalisch sinnvollen Bogenelementen zugeordnet.
2. Die Breite des Projektionsintervalls wird automatisch den experimentellen Bedingungen angepaßt. Es können keine Ereignisse projiziert werden, die außerhalb des kinematisch möglichen Bereiches liegen und deshalb zu den zufälligen Koinzidenzen gehören müssen. (Da die Breite des kinematisch möglichen Bereiches nicht konstant ist, führt die von Eichner (Ei73) geforderte konstante Projektionsbreite dazu, daß auch aus Bereichen projiziert wird, in denen keine echten Ereignisse liegen können, wenn man keine echten Ereignisse verlieren will).
3. Probleme, die bei analytischen Verfahren besondere Vorkehrungen erfordern, treten bei den statistischen Verfahren gar nicht auf: Einzelne Ereignisse können nicht zweimal projiziert werden. Die

Umkehrpunkte der zweideutigen Kurve nehmen keine Sonderstellung ein. Die Bremsung der einzelnen Teilchen läßt sich bei der Simulation in einfacher Weise berücksichtigen.

In der benutzten Version erfordert das Programm allerdings einen erheblichen Aufwand an Rechenzeit, je nach Gesamtzählrate eine Stunde bis 24 Stunden pro Spektrum. Diese Zeit läßt sich jedoch erheblich senken, wenn man von der Forderung abgeht, praktisch alle gemessenen Ereignisse zu treffen, und die Maximalzahl der vergeblichen Simulationsversuche entsprechend senkt.

3.4 Normierung der gemessenen Daten

3.4.1 Normierungsverfahren

Der absolute Wirkungsquerschnitt der Dreiteilchen-Reaktion ist gegeben durch:

$$(3.4.1) \quad \frac{\Delta^3 \sigma}{\Delta \Omega_1 \cdot \Delta \Omega_2 \cdot \Delta S} = \frac{n_k}{n_o \cdot N_T \cdot \Delta x_T} \cdot \frac{1}{\Delta \Omega_1 \cdot \Delta \Omega_2 \cdot \Delta S}$$

n_k ist die Anzahl der auf die kinematische Kurve projizierten Koinzidenzereignisse, n_o die Anzahl der einfallenden Teilchen, N_T die Anzahl der Targetatome pro Volumeneinheit und Δx_T die Targetdicke. Ω_1 und Ω_2 sind die Raumwinkel der beiden Detektoren und ΔS ist die Länge des Projektionsintervalls. (Bogenelement der kinematischen Kurve, siehe Gl. 1.3.6).

Alle Größen aus Gleichung 3.4.1 können aus den hier beschriebenen Messungen bestimmt werden. Allerdings ist die Kenntnis von $N_T \cdot \Delta x_T$ wegen der bereits erwähnten Welligkeit und Inhomogenität des Targets mit einem relativ großen Fehler behaftet. Die Massenbelegung des Targets wurde an verschiedenen Punkten der Targetfläche aus dem Energieverlust der 6,05 MeV und 8,78 MeV α -Teilchen aus dem Präparat ^{212}Pb bestimmt. Die Apparatur zur Targetdickenmessung und das Auswerteverfahren wurden von Fischer et al (Fi74) beschrieben. Die Einzelmessungen lieferten Ergebnisse zwischen $102 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ und $142 \mu\text{g}/\text{cm}^2$, wobei die Reproduzierbarkeit der Be-

stimmung der Massenbelegung an der selben Stelle des Targets besser war als $2 \mu\text{g}/\text{cm}^2$. Da sich die Fokussierungseigenschaften des Beschleunigers während der langwierigen Experimente häufig änderten, änderte sich damit auch der Ort des Strahlflecks auf dem Target und somit auch die ausgenutzte Targetdicke.

Deshalb wurden die gleichzeitig gemessenen Einzelspektren zur Normierung der Koinzidenzspektren benutzt. Fig.3.6 zeigt ein typisches Einzelspektrum in linearem Maßstab. Hier erkennt man, besser als in der halblogarithmischen Darstellung von Fig.1.2, die scharfen Protonenlinien der Reaktion $^{10}\text{B}(\text{d},\text{p})^{11}\text{B}$ über einem niedrigen, wenig veränderlichen Untergrund von α -Teilchen aus der Dreiteilchen-Reaktion. Da von der Reaktion $^{10}\text{B}(\text{d},\text{p}_0)$ absolute Wirkungsquerschnitte bekannt sind (Pa54), wurden die Messungen mit Hilfe dieser Reaktion normiert. Hierzu wurden zunächst die Inhalte der p_0 -Linien in allen Einzelspektren in einem halbautomatischen Verfahren mit Hilfe des on-line-Displays des PDP-10-Rechners bestimmt, wobei der Untergrund durch Geraden angepaßt und abgezogen wurde. Zur relativen Normierung der Spektren benötigt man nur die Protonenausbeute in dem Detektor 2, der während der Experimente nicht bewegt wurde. Zur absoluten Normierung ist die Kenntnis des differentiellen Wirkungsquerschnitts der Reaktion $^{10}\text{B}(\text{d},\text{p}_0)$ für $\theta = 135^\circ$ erforderlich. Da in der Arbeit von Paris et al (Pa54) der differentielle Wirkungsquerschnitt nur für $\theta = 120^\circ$ angegeben ist, wurde die Winkelverteilung im Laborsystem aus dem Verhältnis der p_0 -Ausbeute im bewegten Detektor 1 zu der p_0 -Ausbeute im ortsfesten Detektor 2 bestimmt. Den Meßpunkten wurden Legendre-Polynome

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \sum_{\ell=0}^4 a_{\ell} P_{\ell}(\cos\theta)$$

nach der Methode des kleinsten Chi-Quadrates angepaßt. Aus der Fit-Kurve (siehe Fig.3.7) wurde dann das Verhältnis:

$$\frac{d\sigma_{\text{p}_0}(\theta = 135^\circ)}{d\Omega} / \frac{d\sigma_{\text{p}_0}(\theta = 120^\circ)}{d\Omega} = 0,89$$

bestimmt. Aus der Arbeit von Paris et al (Pa54) erhält man damit für den absoluten differentiellen Wirkungsquerschnitt der Reaktion

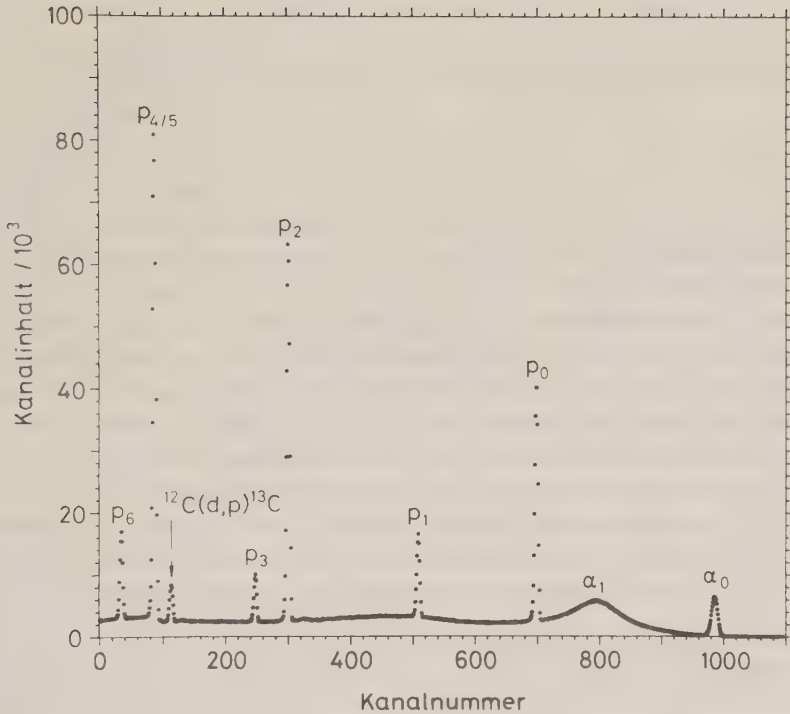


Fig. 3.6: Teilchenspektrum aus der Reaktion von 400 keV Deuteronen mit einem zu 97% angereicherten ¹⁰B-Target. Vor dem Detektor befindet sich eine 2,54 μm dicke Nickelfolie

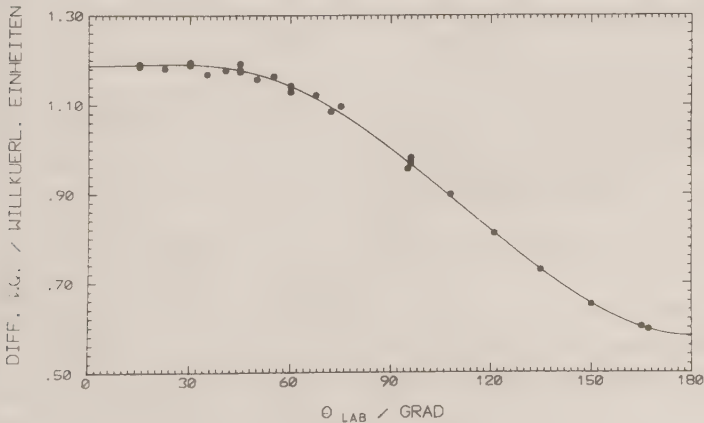


Fig. 3.7:
Winkelverteilung der Reaktion
¹⁰B(d,p)¹¹B
bei der mittleren Ein-
schußenergie von 360 keV
im Labor-
system

$^{10}\text{B}(d, p_0) ^{11}\text{B}$ bei $E_d = 360 \text{ keV}$:

$$\frac{d\sigma_{p_0}}{d\Omega}(\theta = 135^\circ) = 48 \text{ } \mu\text{b/sr}$$

Burke et al (Bu54) geben demgegenüber einen etwa achtmal so großen Wirkungsquerschnitt an. Daher wurde der absolute differentielle Wirkungsquerschnitt auch aus den in dieser Arbeit unter $\theta = 135^\circ$ gemessenen Einzelspektren bestimmt. Bei der Rechnung wurde für die Massenbelegung des Targets der aus den Einzelmessungen gemittelte Werte von $120 \text{ } \mu\text{g/cm}^2$ zugrundegelegt. Der aus allen Einzelspektren bestimmte Mittelwert von $54 \text{ } \mu\text{b/sr}$ stimmt in Anbetracht der Inhomogenität sehr gut mit dem Ergebnis von Paris et al überein. (Die maximale Abweichung der Einzelwerte für den differentiellen Wirkungsquerschnitt vom Mittelwert beträgt 12%. Da die Inhomogenität des Targets einen systematischen Meßfehler beinhaltet, ist die Angabe der Standardabweichung nicht sinnvoll).

Mit der Kenntnis der Anzahl n_{p_0} , der p_0 -Teilchen im ortsfesten Detektor 2, und dem absoluten differentiellen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{10}\text{B}(d, p_0) ^{11}\text{B}$ für $\theta = 135^\circ$ erhält man für den absoluten Dreiteilchen-Wirkungsquerschnitt aus (3.4.1):

$$(3.4.2) \quad \frac{\Delta^3 \sigma}{\Delta\Omega_1 \cdot \Delta\Omega_2 \cdot \Delta S} = \frac{n_k \cdot \frac{d\sigma_{p_0}}{d\Omega}(\theta = 135^\circ)}{\Delta\Omega_1 \cdot \Delta S \cdot n_{p_0}(\theta = 135^\circ)}$$

Aus dem in Abschnitt 3.3 beschriebenen Projektionsverfahren folgt für die Energiebreite des Projektionsintervalls:

$$(3.4.3) \quad \Delta S = \frac{\text{Gesamtbogenlänge}}{\text{Anzahl der Bogenkanäle}}$$

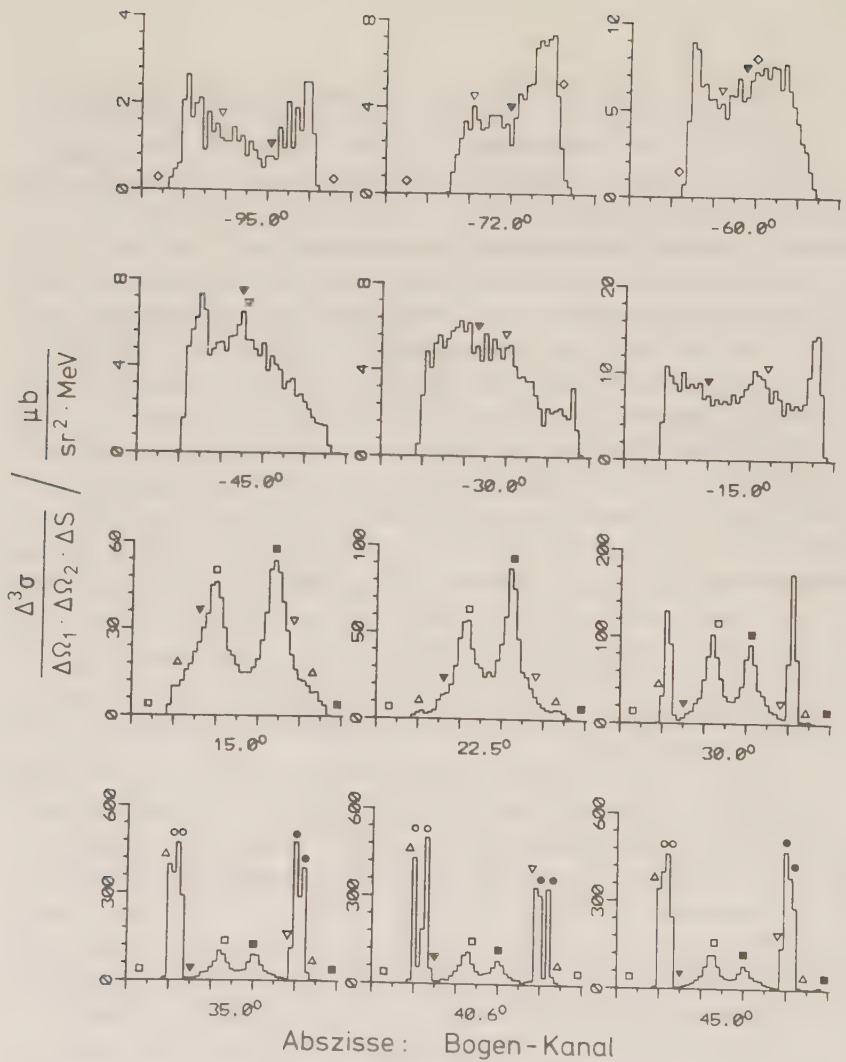
Die gemessenen Zählraten können ohne die Berücksichtigung von Totzeiten in die Gleichung 3.4.2 eingesetzt werden, da die mit den Testimpulsen gemessenen Totzeiten (vgl. Abschnitt 2.2) alle kleiner sind als 1% und damit vernachlässigbar gegen den statistischen Fehler der Koinzidenzzählraten.

3.4.2 Absolute differentielle Dreiteilchen-Wirkungsquerschnitte

Mit Hilfe der Gleichungen 3.4.2 und 3.4.3 wird der absolute differentielle Dreiteilchen-Wirkungsquerschnitt aus allen gemessenen Verteilungen berechnet. Bis zu diesem Punkt der Auswertung wurden die beiden zusätzlichen Kontrollmessungen (vgl. Abschnitt 2.3) wie unabhängige Messungen behandelt. Ein Vergleich der beiden Ergebnisse für den differentiellen Wirkungsquerschnitt bei $\Theta_1 = 45^\circ$ mit $\phi_1 = 0^\circ$ zeigt, bis auf die größeren statistischen Schwankungen bei der Wiederholungsmessung, keine Unterschiede. Bei der Kontrollmessung mit $\Theta_1 = 96^\circ$ und $\phi_1 = 0^\circ$ zeigt sich der Einfluß der Nickelfolie vor dem Detektor 1 erwartungsgemäß dadurch, daß keine Koinzidenzereignisse mit E_1 kleiner als ca. 2 MeV auftreten. Für E_1 größer als 2 MeV ist auch hier das Ergebnis im Rahmen der statistischen Fehler mit der ersten Messung bei dieser Winkelstellung gleich. Da diese Spektren keine zusätzliche Information liefern, werden sie bei der weiteren Auswertung nicht mehr berücksichtigt. (Eine Mittelbildung aus den zusammengehörigen Messungen lohnt sich wegen der erheblich kürzeren Meßzeiten und der damit verbundenen schlechteren statistischen Aussage bei den Kontrollspektren nicht).

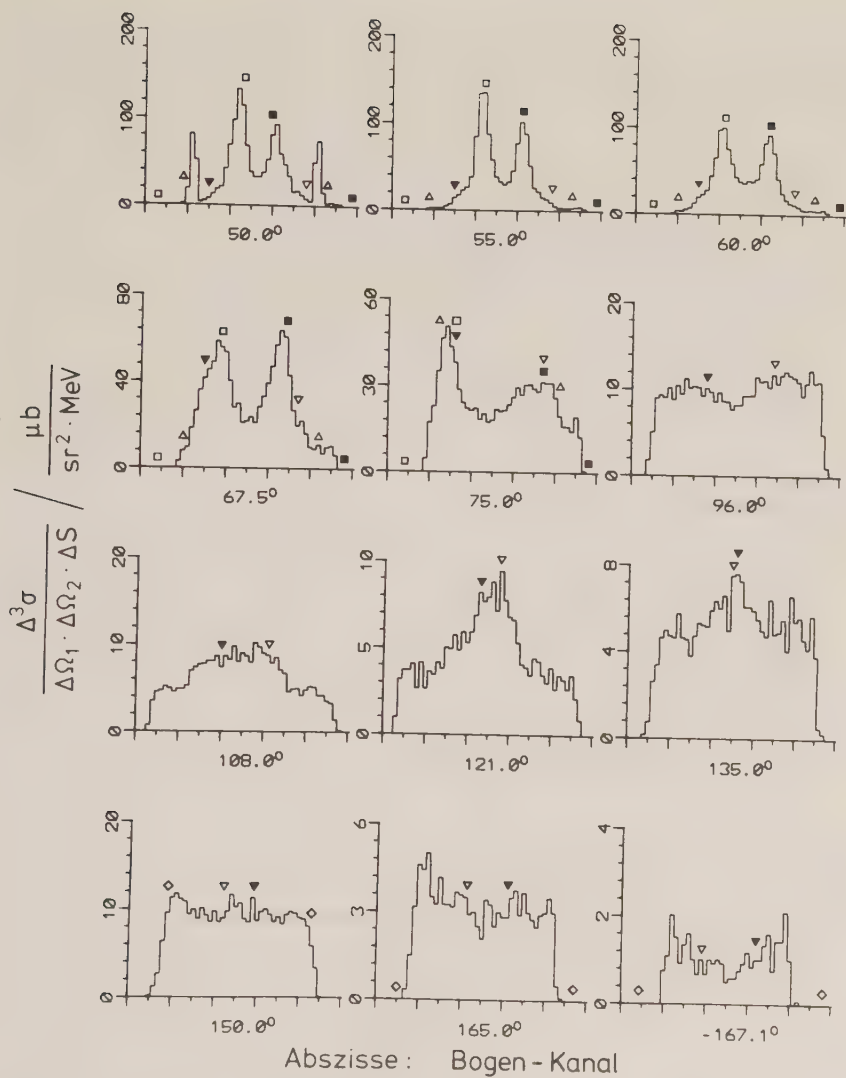
In Fig.3.8 sind die Ergebnisse für den differentiellen Dreiteilchen-Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ dargestellt (in der Figur wird auf die Darstellung der Ergebnisse aus den Kontrollmessungen aus Platzgründen verzichtet). Die in der Fig.3.8 angegebenen Winkel bezeichnen die zu den Histogrammen gehörenden Winkelstellungen Θ_1 des Detektors 1. Wie schon bei anderen Figuren dieser Arbeit wird mit positiven Werten von Θ_1 die Halbebene $\phi = 0^\circ$ beschrieben, mit negativen Werten von Θ_1 die Halbebene $\phi = 180^\circ$. Die einzelnen Histogramme sind nach dem Winkel zwischen den Detektorrichtungen geordnet. Die Reihenfolge der Anordnung wird in Fig.3.9 verdeutlicht.

Bei Betrachtung der Fig.3.8 fällt zunächst die starke Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts vom Winkel zwischen den Detektoren auf (man beachte den Wechsel der Achsenbeschriftung!).



$$\begin{array}{lllll}
 \alpha_0^{(1)} = \bullet & \alpha_0^{(2)} = \circ & \alpha_1^{(1)} = \blacksquare & \alpha_1^{(2)} = \square & \alpha_1^{(3)} = \diamond \\
 \alpha_2^{(1)} = \blacktriangledown & \alpha_2^{(2)} = \triangledown & \alpha_2^{(3)} = \triangle
 \end{array}$$

Fig. 3.8: Absolute differentielle Dreiteilchenwirkungsquerschnitte entlang der mittleren kinematischen Kurven. Schnittpunkte zwischen der mittleren kinematischen Kurve und den Zerfallskurven für die ^8Be -Zustände sind durch Symbole gekennzeichnet



Fortsetzung von Fig. 3.8

Durch Vergleich mit den Figuren 1.4 und 1.5 findet man, daß der Wirkungsquerschnitt in den kinematischen Bereichen Maxima annimmt, in denen man es nach der Vorstellung des Stufenzerfalls erwartet. Um diesen Vergleich zu vereinfachen, sind die Bogenkanäle, in denen Schnittpunkte zwischen der mittleren kinematischen Kurve mit den Zerfallskurven der ^8Be -Zustände liegen, durch Symbole gekennzeichnet. In der Bezeichnung der Symbole mit $\alpha_m^{(i)}$ gibt m - wie im ersten Kapitel - den Zustand des ^8Be -Kernes an und der Index i

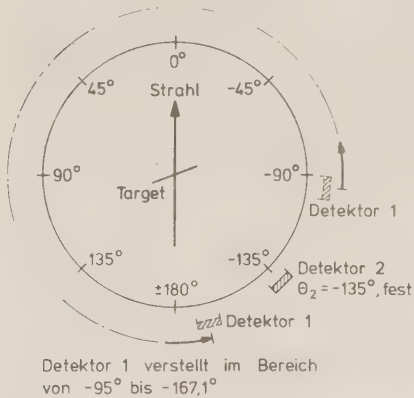


Fig. 3.9: Zur Reihenfolge der Diagramme in Figur 3.8

zeigt an, ob das beim Stufenzerfall zuerst emittierte Teilchen in die Richtung von Detektor 1 oder 2 fliegt oder als nichtregistriertes Teilchen 3 auftritt. In einem relativ kleinen kinematischen Bereich sieht man die α_o -Linien, die wegen der geringen Breite des ^8Be -Grundzustandes besonders deutlich sichtbar sind (Spektren mit $\theta_1 = 30^\circ$ bis 50°). Die übrige Struktur des Wirkungsquerschnitts wird im we-

sentlichen durch den Zerfall über den ersten angeregten Zustand des ^8Be bestimmt. Beiträge des zweiten angeregten Zustandes des ^8Be sieht man nur andeutungsweise in einem kinematischen Gebiet, in dem der energetische Abstand zu den Zerfallskurven des Grundzustandes und ersten angeregten Zustandes groß ist (Spektren mit $\theta_1 = 108^\circ$ bis 135°).

3.4.3 Fehler der Dreiteilchen-Wirkungsquerschnitte

In die in Figur 3.8 angegebenen Dreiteilchen-Wirkungsquerschnitte gehen Fehler verschiedenen Ursprungs ein:

1. Durch die Einstellung der Diskriminatorschwellen (siehe Abschnitt 2.2) werden keine α -Teilchen mit Energien kleiner als ca. 0,5 MeV nachgewiesen. Bei den Winkelstellungen mit Θ_1 kleiner 90° bleiben α -Teilchen, deren Energie kleiner als etwa 2 MeV ist, in der bei diesen Messungen benutzten Nickelfolie vor dem Detektor 1 stecken. Deshalb erhält man aus den Messungen bei den kleinsten (E_1 zu niedrig) und den größten (E_2 zu niedrig) Bogenkanälen den Wirkungsquerschnitt null. Sein Wert kann aus den vorgelegten Messungen nicht bestimmt werden. Die ersten und letzten Bogenkanäle, die einen von null verschiedenen Wirkungsquerschnitt zeigen, geben für diesen höchstens eine untere Grenze an, da von den Ereignissen, die zu den entsprechenden Projektionsintervallen gehören, nur ein Teil nachgewiesen wird.
2. Die experimentelle Auflösung ist zur Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnittes ausreichend, wenn sich dieser beim Übergang zu einer besseren Auflösung nicht mehr ändert. Für den Zerfall über den ^8Be -Grundzustand, dessen Breite nur 6,8 eV (Aj74) beträgt, ist diese Bedingung stark verletzt. Bei den Winkelstellungen mit $\Theta_1 = 30^\circ$ und $\phi_1 = 50^\circ$ schneidet die mittlere kinematische Kurve α_0 -Zerfallskurven nicht. Das bedeutet, daß man bei erheblich besserer Winkelauflösung auch keine α_0 -Ereignisse bei diesen Winkelstellungen finden würde. Wegen der großen Winkelöffnung der Detektoren findet man in den vorgelegten Messungen auch hier α_0 -Koinzidenzen, wobei der Zwischenwinkel zwischen den Richtungen der Teilchen 1 und 2 näher bei 180° liegt, als der mittlere Winkel zwischen den Detektoren. Auch die Voraussetzung für die Anwendung des Projektionsverfahrens, daß sich der Wirkungsquerschnitt innerhalb eines Projektionsintervalles nicht erheblich ändern darf, ist bei der geringen Breite des ^8Be -Grundzustandes nicht erfüllt. Diese Einschränkungen gelten allerdings nur für den ^8Be -Grundzustand, der nur

in wenigen Kanälen der betrachteten Verteilungen zum Wirkungsquerschnitt beiträgt. Der erste angeregte Zustand mit $\Gamma = 1,56$ MeV und der zweite mit $\Gamma = 3,5$ MeV (Aj74) sind so breit, daß die Mittelung über die experimentelle Auflösung gerechtfertigt ist.

3. Neben diesen systematischen Fehlern, die nur einen Teil der betrachteten Meßpunkte betreffen, geht in den Fehler des Wirkungsquerschnittes die Genauigkeit der Kenntnis der Größen aus Gleichung 3.4.2 ein. Der Fehler von n_k ist durch den statistischen Fehler gegeben. Wegen der starken Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes von Detektorstellung ist dieser Fehler bei den einzelnen Winkelstellungen sehr unterschiedlich. Bei dem Spektrum mit $\theta_1 = -167,1^\circ$ findet man 5-21 Koinzidenzereignisse pro Bogenkanal, bei $\theta_1 = -95^\circ$ 10-40 Ereignisse pro Bogenkanal und hat damit mit einem großen relativen statistischen Fehler zu rechnen. Gegenüber diesen schlechtesten Fällen enthalten die Bogenkanäle bei dem Spektrum mit $\theta_1 = 45^\circ$ im Maximum der α_0 -Linie etwa 10 000 Koinzidenzereignisse, im Maximum der α_1 -Linie etwa 2 500 Ereignisse, also einen relativen Fehler von nur 1% bzw. 2%. Der Fehler von $d\sigma/d\Omega$ ($\theta = 135^\circ$) ist im wesentlichen durch den Fehler der Bestimmung des Wirkungsquerschnittes von Paris et al (Pa54) gegeben. Die Autoren beziffern den Fehler mit 10%. Hiergegen ist der Fehler in der Bestimmung der Winkelverteilung zu vernachlässigen, da die statistischen Fehler in Fig.3.7 kleiner sind als die eingezeichneten Punkte. In den Fehler von $\Delta\Omega$ geht die Genauigkeit der Kenntnis des Abstandes zwischen der den Raumwinkel bestimmenden Blende und dem Strahlfleck auf dem Target, sowie die Kenntnis des Durchmessers dieser Blende ein. Der Durchmesser der Blenden wurde in der Feinmechanischen Werkstatt des Instituts auf $\pm 0,02$ mm genau bestimmt. Der Abstand zwischen Targetmittelpunkt und der Blende ist durch Messung mit einer Schublehre auf $\pm 0,1$ mm genau bekannt. Unter Berücksichtigung der größten möglichen Ausdehnung des Strahlflecks erhält man für $\Delta\Omega$ einen Fehler von 1,6%. Da bei dem Projektionsverfahren kinematische Bereiche mit einer unterschiedlichen Gesamtbogenlänge der kinematischen Kurve zu

einem Bogenkanal zusammengefaßt werden, ist auch die Kenntnis der Breite eines Bogenelementes ΔS mit einem Fehler behaftet. Zur Abschätzung der Größe dieses Fehlers wurden für jede der gemessenen Winkelstellungen hundertmal Parameter innerhalb der experimentellen Auflösung simuliert und aus den hundert Einzelwerten der Gesamtbogenlänge die Standardabweichung bestimmt. Diese liegt bei Werten von $\theta_1 = -50^\circ$ bis $\theta_1 = +25^\circ$ und $\theta_1 = +55^\circ$ bis $\theta_1 = +125^\circ$ zwischen 1% und 2,9%, bei allen anderen Winkelstellungen ist der Fehler kleiner als 1%. Schließlich ist noch der Fehler von $n_{p_0}(\theta = 135^\circ)$ zu berücksichtigen. Da die Protonenausbeute bei allen Einzelmessungen mit einem statistischen Fehler von weniger als 1% bekannt ist, ist dieser Fehler gegen die übrigen vernachlässigbar.

3.4.4 Normierung des Quadrates der Übergangswahrscheinlichkeit

Die Wirkungsquerschnitte aus Fig.3.8 können mit theoretischen Modellrechnungen verglichen werden. Hierzu muß zunächst in der Theorie das Absolutquadrat des Übergangsoperators berechnet und dann mit dem Phasenraumfaktor multipliziert werden (vgl. Abschnitt 1.3). Da die selben gemessenen Wirkungsquerschnitte mit einer Vielzahl von theoretischen Rechnungen verglichen werden, ist es einfacher, die Wirkungsquerschnitte durch den Phasenraumfaktor zu dividieren und dann die gemessenen und die theoretischen Ergebnisse für $\langle |T_{fi}|^2 \rangle$ miteinander zu vergleichen. Da die theoretischen Modelle den Wirkungsquerschnitt nur bis auf einen konstanten Faktor beschreiben, ist eine absolute Normierung zu Vergleichszwecken überflüssig. Aus Gleichung 3.4.2 und Gleichung 1.3.10 folgt:

$$(3.4.4) \quad \langle |T_{fi}|^2 \rangle = \text{const.} \cdot \frac{n_k}{\text{PSF}(\Omega_1, \Omega_2, S)} \cdot \frac{1}{\Delta S \cdot n_{p_0}(\theta=135^\circ)}$$

Zur Berechnung von $\langle |T_{fi}|^2 \rangle$ nach Gleichung 3.4.4 werden die Ergebnisse für n_k/PSF aus dem Projektionsprogramm verwendet (vgl. Abschnitt 3.3.2). Der Fehler von $\langle |T_{fi}|^2 \rangle$ wird - bis auf den Fehler des absoluten Wirkungsquerschnittes der Reaktion $^{10}\text{B}(d, p_0)^{11}\text{B}$ - durch die in Abschnitt 3.4.3 aufgezählten Fehler bestimmt. Zusätzlich zu diesen Fehlern ist auch noch der Fehler des Phasenraum-

faktors zu berücksichtigen, der wie der Fehler der Breite des Bogenelementes behandelt wird. Die Ergebnisse werden im folgenden Kapitel in Figuren zusammen mit den Ergebnissen von Modellrechnungen gezeigt.

4. Vergleich der Meßergebnisse mit theoretischen Rechnungen

4.1 Vorüberlegungen zur Auswahl der Parameter

Zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten nach Gleichung (1.4.15) muß man die Werte der Drehimpulsparameter kennen, die zum Wirkungsquerschnitt beitragen. Es sind also Angaben über die Kanalspins s , die Drehimpulse der einlaufenden Deuteronen λ , den Spin und die Parität J der Compoundzustände im ^{12}C , die Drehimpulse L der im Stufenzerfall zuerst emittierten α -Teilchen und die Spins l der ^8Be -Zustände erforderlich, die am Reaktionsablauf beteiligt sind.

Der Grundzustand von ^{10}B hat den Spin und die Parität 3^+ , das Deuteron 1^+ . Damit sind für den Kanalspin die Werte $s = 2, 3, 4$ möglich. Zur Abschätzung, welche Drehimpulse λ im Eingangskanal zu berücksichtigen sind, sind in Tabelle 4.1 die Schwellendurchlässigkeiten P_λ des Eingangskanals für $E_0 = 300$ keV, 360 keV und 400 keV und für $\lambda = 0, 1, 2, 3$ angegeben, wobei

$$P_\lambda = \frac{\rho}{F_\lambda^2 (\eta \cdot \rho) + G_\lambda^2 (\eta \cdot \rho)}$$

ist. Man erkennt, daß P_2 bereits um den Faktor 100 kleiner ist als P_0 . Daher kann man sich bei der Analyse der gemessenen Daten auf $\lambda \leq 2$ beschränken, wobei ein Beitrag der Partialwelle mit $\lambda = 2$ vermutlich klein ist.

Im Ausgangskanal ist zu berücksichtigen, welche Zustände von ^8Be zum Reaktionsablauf beitragen. Die wesentliche Struktur der differentiellen Wirkungsquerschnitte konnte in Abschnitt 3.4 durch

λ	P_λ für $E_0 =$		
	300 keV	360 keV	400 keV
0	$3,4 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$
1	$6 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$
2	$3,3 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-5}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$
3	$< 10^{-6}$	$1,7 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 4.1: Schwellendurchlässigkeit P_λ in Abhängigkeit von der Einschussenergie E_0 und dem Drehimpuls λ des einlaufenden Deuterons (aus Ma68)

α_0 - und α_1 -Zerfall erklärt werden. Beiträge des zweiten angeregten Zustandes zeichnen sich nur andeutungsweise ab. Daher ist es zunächst nicht sicher, ob der Zerfall überhaupt über diesen Zustand abläuft.

Die Breite des Grundzustandes von ^8Be ist mit $\Gamma = 6,8 \text{ eV}$ (Aj74) klein gegen die experimentelle Energieauflösung. Da der α_0 -Zerfall nur in einem

kinematisch eng begrenzten Gebiet auftritt (vgl. Fig.1.4 und 1.5), müßte der Wirkungsquerschnitt in diesem Gebiet in kleinen Winkelschritten bei erheblich besserer Energieauflösung gemessen werden, wenn man die α_0 -Dreiteilchen-Winkelverteilung bestimmen wollte. Aus den vorgelegten Messungen kann man dagegen nur wenig an Information über diese Verteilung gewinnen. Deshalb wird in den Rechnungen der Zerfall über den Grundzustand des ^8Be nicht berücksichtigt, und in dem kinematisch eng begrenzten Bereich, in dem der α_0 -Zerfall zu finden ist, auf den Vergleich zwischen Theorie und Experiment verzichtet. Der erste angeregte Zustand mit $\Gamma = 1,5 \text{ MeV}$ und der zweite angeregte Zustand mit $\Gamma = 3,5 \text{ MeV}$ sind hinreichend breit (Aj74), so daß die experimentelle Auflösung zur Untersuchung des α_1 - und des α_2 -Zerfalls ausreicht. In die theoretische Rechnung geht deshalb der α_1 -Zerfall mit $\ell = 2$ und der α_2 -Zerfall mit $\ell = 4$ ein.

Aus den Voraussetzungen $\lambda \leq 2$ und $\ell = 2, 4$ ergeben sich unter der Berücksichtigung von Drehimpuls- und Paritätserhaltung die in Tabelle 4.2 zusammengestellten Möglichkeiten für die Drehimpulsparameter. Die Drehimpulserhaltung fordert:

$$\vec{\lambda} + \vec{s} = \vec{J} = \vec{\ell} + \vec{L}$$

λ	s	J^π	L_1	L_2
0	2	2^+	0 2 4	2 4 6
0	3	3^+	2 4	2 4 6
0	4	4^+	2 4 6	0 2 4 6 8
1	2	1^-	1 3	3 5
1	2	2^-	1 3	3 5
1	2	3^-	1 3 5	1 3 5 7
1	3	2^-	1 3	3 5
1	3	3^-	1 3 5	1 3 5 7
1	3	4^-	3 5	1 3 5 7
1	4	3^-	1 3 5	1 3 5 7
1	4	4^-	3 5	1 3 5 7
1	4	5^-	3 5 7	1 3 5 7 9
2	2	0^+	2	4
2	2	1^+	2	4
2	2	2^+	0 2 4	2 4 6
2	2	3^+	2 4	2 4 6
2	2	4^+	2 4 6	0 2 4 6 8
2	3	1^+	2	4
2	3	2^+	0 2 4	2 4 6
2	3	3^+	2 4	2 4 6
2	3	4^+	2 4 6	0 2 4 6 8
2	3	5^+	4 6	2 4 6 8
2	4	2^+	0 2 4	2 4 6
2	4	3^+	2 4	2 4 6
2	4	4^+	2 4 6	0 2 4 6 8
2	4	5^+	4 6	2 4 6 8
2	4	6^+	4 6 8	2 4 6 8 10

Tabelle 4.2: Mögliche Kombinationen der Werte für den Bahndrehimpuls des Deuterons λ , den Kanalspin s, Spin und Parität J^π des ^{12}C -Niveaus und die Relativdrehimpulse L_1 und L_2 zwischen dem "zuerst" emittierten α -Teilchen und dem ^8Be -Kern im ersten und zweiten angeregten Zustand

woraus folgt:

$$\lambda - s \leq J \leq \lambda + s$$

$$|J - L| \leq L \leq |J + L|$$

und aus der Paritätserhaltung folgt:

$$\pi = (-1)^\lambda = (-1)^L$$

Es ist nun die Frage, wie viele und welche der möglichen ^{12}C -Zustände und der Relativdrehimpulse L zu dem Ablauf der Reaktion beitragen. Eine Abschätzung der Zustandsdichte ρ im ^{12}C bei der gegebenen Anregungsenergie (siehe Anhang A.1) ergibt $18,5 \text{ MeV}^{-1} \leq \rho \leq 29,4 \text{ MeV}^{-1}$. Da die mittlere Breite dieser Niveaus mit etwa 300 keV größer ist als die Energieunschärfe im Eingangskanal, können alle Niveaus in einem Intervall von 300 keV zum Reaktionsablauf beitragen.

Demnach wäre mit einem Beitrag von fünf bis zehn Niveaus zu rechnen. Nimmt man an, daß die Partialwelle mit $\lambda = 2$ - wegen der gegenüber $\lambda = 0$ um einen Faktor hundert kleineren Tunnelwahrscheinlichkeit - nicht zur Reaktion beiträgt, können Niveaus mit

$J^\pi = 0^+, 0^-, 1^+, 5^+$ und solche mit $J \geq 6$ nicht bevölkert werden.

Das würde nach Tabelle A.1 bedeuten, daß drei bis fünf Niveaus zu der Reaktion beitragen können. Die Aussagen über die Niveaudichten

können jedoch nur als grobe Abschätzungen betrachtet werden, weil einerseits wegen der kleinen Nukleonenzahl des ^{12}C und andererseits wegen der geringen Niveaudichten die Gültigkeit des zugrundeliegenden statistischen Modells fraglich ist.

Nicht alle Niveaus, die nach ihrer energetischen Lage und Breite in der Reaktion erreicht werden können, müssen zum Reaktionsablauf beitragen. Nach dem Cluster-Modell sollte man erwarten, daß insbesondere solche Niveaus angeregt werden, die eine Clusterstruktur (αodd) besitzen. Hackenbroich und Seligman (Ha72) erwarten aus einem Supermultiplett-Schema, daß im ^{12}C in der Nähe der Schwelle für d-Emission ein schmaler Zustand mit dieser Cluster-Struktur existiert, welcher in der Reaktion $^{10}\text{B} + \text{d}$ als Resonanz mit $J = 4^+$, $\lambda = 0$, $s = 4$ und $T = 0$ auftreten soll. Obwohl bisher keine schmale Resonanz in den Anregungsfunktionen von $^{10}\text{B} + \text{d}$ gefunden wurde, könnte man aus der Argumentation vermuten, daß die Reaktion in Schwellennähe bevorzugt in der von ihnen erwarteten Weise abläuft. - Auch im Ausgangskanal können Auswahlregeln den Zerfall in drei α -Teilchen verbieten. Die Isospin-Auswahlregel, die einen Beitrag von Zuständen mit $T \neq 0$ ausschließen würde, ist allerdings beim Zerfall von ^{12}C -Niveaus häufig verletzt, wie die Untersuchungen an der Reaktion $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ zeigen. Bei vielen Niveaus mit einer Anregungsenergie von mehr als 20 MeV werden nur andere Zerfallsarten angegeben (Aj75; dies kann zum Teil daran liegen, daß der α -Zerfall dieser Niveaus nicht untersucht wurde). So gibt es bezüglich der beitragenden ^{12}C -Niveaus einige qualitative Argumente für eine Selektivität der Reaktion $^{10}\text{B}(d, 3\alpha)$.

Die Arbeiten von Krug (Kr72), Schäfer (Sch70) und Giorni (Gi70) zeigten, daß beim Ablauf der Reaktion $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ über eine bestimmte Resonanz in ^{12}C von den möglichen Werten für den Kanalspin s und den Relativdrehimpuls L jeweils nur ein einziger Wert einen nennenswerten Beitrag liefert. Ein Grund für die Auswahl fester Werte für s und L ist bisher nicht bekannt.

Bisher gibt es nur qualitative Argumente für die Anzahl und die Auswahl der zu berücksichtigenden Parameterwerte. Die Winkelverteilung der α_0 -Teilchen zeigt allerdings, daß zum α_0 -Zerfall

mindestens zwei Niveaus mit verschiedener Parität beitragen (siehe Anhang A.2). Da für den α_0 -Zerfall strengere Auswahlregeln gelten - er kann nur über ^{12}C -Niveaus mit natürlicher Parität erfolgen - als für die Zerfälle zu den höher angeregten ^8Be -Zuständen, ist anzunehmen, daß auch zum α_1 - und α_2 -Zerfall mindestens zwei Niveaus im ^{12}C beitragen. Trotzdem wurde zunächst versucht, den Reaktionsablauf durch möglichst wenige Parameter zu beschreiben. Anhand der Ergebnisse zeigte es sich auch hier, daß die Berücksichtigung weiterer Parameter erforderlich war.

4.2 Modell-Annahme: Ein einziger Satz der Werte für $s, \lambda, J^\pi, L, \ell$ reicht zur Beschreibung der Reaktion aus

Die einfachste Annahme zur theoretischen Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeit ist die Hypothese, daß eine einzige Kombination der möglichen Werte für $s, \lambda, J^\pi, L, \ell$ den Ablauf der Reaktion bestimmt. Aus Abschnitt 4.1 folgt, daß dann nur der erste angeregte Zustand des ^8Be mit $\ell = 2$ zu berücksichtigen ist.

Unter dieser Voraussetzung erhält man durch Einsetzen von Gl.(1.5.35) in Gl.(1.4.15) für das Absolutquadrat der Übergangsamplitude:

(4.2.1)

$$W = \langle |T_{fi}|^2 \rangle = a \cdot \sum_{m=-s}^s \left| \sum_{\gamma=1}^3 \tilde{y}_{\ell L J \lambda}^{\text{sm}}(\hat{p}_\gamma, \hat{q}_\gamma, \hat{u}) \cdot B_{\ell L J}(q_\gamma) \cdot C_\ell(q_\gamma) \right|^2$$

Gl. (4.2.1) zeigt große Ähnlichkeit mit der Korrelationsfunktion der Dreifachkaskade bei γ - γ -Winkelkorrelation, wenn man von der Symmetrisierung absieht. Bei der Korrelationsfunktion kann man das Absolutquadrat auflösen und die Summation über m mit Hilfe der Racah-Algebra direkt ausführen. Wie Schäfer (Sch70) zeigte, ist diese Umformung bei Gl.(4.2.1) wegen der bei der Symmetrisierung auftretenden Kreuzterme nicht in einfacher Weise möglich. Deshalb wird zur numerischen Rechnung die Gl.(4.2.1) benutzt, in der das Absolutquadrat nicht aufgelöst wird.

Zur numerischen Rechnung nach den verschiedenen Modellen sind die Gl. (1.5.36 - 1.5.43) in Gl. (4.2.1) einzusetzen. a ist eine (reelle) Konstante, die zur relativen Normierung zwischen der experimentellen und der berechneten Übergangswahrscheinlichkeit dient. Als Richtung für die z-Achse des Koordinatensystems wird die Einschußrichtung gewählt, und damit ist $\hat{u}$ durch $\Theta_u \equiv \Phi_u \equiv 0$ gegeben. W/a wird für jeden einzelnen Bogenkanal ausgerechnet. Das Rechenprogramm liest zunächst die im Experiment eingestellten Werte für die Detektor-Richtungen und eine Kombination der Werte für $s, \lambda, J^\pi, L, \ell$ ein. Aus diesen Richtungen, aus der Einschußenergie und dem Q-Wert der Reaktion werden die Winkel $\Theta(p_\gamma), \Phi(p_\lambda), \Theta(q_\lambda), \Phi(q_\lambda)$ und die Relativenergien $e_{rel}^{(\gamma)}$ in jedem Bogenkanal berechnet ($\gamma = 1, 2, 3$). Aus diesen Werten wird W/a nach Gl. (4.2.1) in dem Bogenkanal ausgerechnet. Da in den ersten und letzten Bogenkanälen keine Meßergebnisse vorliegen, wird in den ersten und letzten vier Kanälen auf die Rechnung verzichtet. Liegen die insgesamt 92 Ergebnisse für eine experimentelle Winkelstellung fest, werden sie ausgegeben, und das Programm geht zur nächsten Winkelstellung über. Sind alle Winkelstellungen des Experimentes in dieser Weise abgearbeitet, liest das Programm neue Werte für die Drehimpulsparameter ein und beginnt von vorn.

Diese Rechnungen wurden zuerst mit der Modellfunktion von Schäfer durchgeführt. Dabei wurden für die Drehimpulsparameter aller in Tabelle 4.2 für $\lambda \leq 2$ möglichen Kombinationen, mit Ausnahme von solchen mit Werten für $L_1 > 6$, der Reihe nach zur Rechnung benutzt. Da Werte von $L_1 > 6$ in Konkurrenz zu niedrigeren Werten für den Relativdrehimpuls stehen, ist es wegen der wachsenden Drehimpulsbarriere unwahrscheinlich, daß die Reaktion im wesentlichen nur über so hohe Werte von L_1 abläuft. Zur Berechnung der Modellfunktion (1.5.40) von Schäfer wurden die Werte $E_{res} = 3,03$ MeV und $\Gamma^{(2)} = 1,56$ MeV aus Aj74 benutzt. Versuche, die Breite Γ zu variieren, um eine bessere Übereinstimmung zwischen theoretischen und experimentellen Werten für $\langle |T_{fi}|^2 \rangle$ zu erhalten, wurden nicht unternommen, da die Annahme von Berkowitz (Be64), die Breite des Niveaus im Zwischenkern ^8Be hänge von der untersuchten Reaktion ab, von Nüsslin et al (Nü69) widerlegt wurde. Die reine Rechenzeit,

die zur Berechnung einer Verteilung erforderlich ist, hängt stark von der Größe der beteiligten Drehimpulse und insbesondere vom Kanalspin s ab. Sie liegt in den einfachsten Fällen bei etwa 6 min; bei hohen Drehimpulswerten erfordert die Berechnung einer einzigen Verteilung über eine Stunde reine Rechenzeit.

Nach Abschluß dieser Rechnungen mit dem Modell von Schäfer wurden die entsprechenden Rechnungen mit dem Modell von Ziemińska-Watson durchgeführt, wobei allerdings alle Kombinationen der Drehimpulsparameter mit $L_1 \geq 4$ nicht berücksichtigt wurden. Die Werte für die α - α -Streuphase δ_2 in Abhängigkeit von der Relativenergie e_{rel} wurden aus einer Figur von Benn et al (Be67) in 100 keV-Schritten als Tabelle in das Programm eingegeben. Die Zwischenwerte wurden linear interpoliert. Die Rechenzeiten lagen in der gleichen Größenordnung wie bei der Rechnung mit dem Modell von Schäfer.

Aus dem Vergleich der Rechenergebnisse nach diesen beiden Modellen mit den experimentell bestimmten Werten für $\langle |T_{fi}|^2 \rangle$ zeichnete es sich ab, daß neben dem ersten angeregten Zustand auch der zweite angeregte Zustand des ^8Be berücksichtigt werden muß. Die numerischen Ergebnisse für die in diesem Abschnitt vorausgesetzte eindeutige Kombination der Parameter $s, \lambda, J^\pi, L, \ell$ sind in den Ergebnissen der allgemeineren Rechnungen, die im folgenden Abschnitt 4.3 beschrieben werden, enthalten. Deshalb wurde bei dem Modell von Giorni und dem von Ziemińska-Barker auf die spezielle Rechnung verzichtet. Statt dessen wurden die Ergebnisse der allgemeineren Rechnung entnommen. Wegen der kleineren Tunnelwahrscheinlichkeit für $\lambda = 2$ wurden hierbei nur Kombinationen $\lambda = 0$ und $\lambda = 1$ berücksichtigt.

Zum Vergleich der Ergebnisse der numerischen Rechnungen mit den experimentellen Ergebnissen ist noch die Konstante a aus Gl.(4.2.1) zu bestimmen. Diese wird durch die Forderung:

$$(4.2.2) \quad \chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(w_{th}^{(i)} - w_{exp}^{(i)})^2}{(\Delta w_{exp}^{(i)})^2} \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

festgelegt. Dabei ist W_{exp} das Meßergebnis für das Absolutquadrat der Übergangsamplitude, ΔW_{exp} der zugehörige experimentelle Fehler und W_{th} der Wert der Übergangsamplitude nach Gl. (4.2.1). Die Summation erfolgt über alle Punkte, für die experimentelle und theoretische Werte für W zur Verfügung stehen. In den Rechenprogrammen wurden die Größen

$$(4.2.3) \quad x = \frac{W_{\text{th}}^{(i)}}{a} = \sum_{m=-s}^s \left| \sum_{\gamma=1}^3 \tilde{y}_{\ell L J \lambda}^{\text{sm}}(\hat{p}, \hat{q}, \hat{u}) \cdot B_{\ell L J}(q_{\gamma}) \cdot C_{\ell}(q_{\gamma}) \right|^2$$

berechnet. Durch Einsetzen von (4.2.3) in (4.2.2) und die Forderung

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a} = 0$$

erhält man für a die Gleichung:

$$(4.2.4) \quad a = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{x^{(i)} \cdot W_{\text{exp}}^{(i)}}{(\Delta W_{\text{exp}}^{(i)})^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{(x^{(i)})^2}{(\Delta W_{\text{exp}}^{(i)})^2}}$$

Der Vergleich zwischen theoretischen und experimentellen Werten für W erfolgt mit Hilfe eines weiteren Rechenprogramms. Zunächst werden die experimentellen Werte $W_{\text{exp}}^{(i)}$ und $\Delta W_{\text{exp}}^{(i)}$ in den Kernspeicher eingelesen. Dabei werden die Werte von jeweils zwei benachbarten Bogenkanälen zusammengefaßt, um statistische Schwankungen zu glätten und den Kernspeicherbedarf des Programmes zu reduzieren.

In den experimentellen Ergebnissen sind die Linien durch den α_0 -Zerfall enthalten. Diese können von der theoretischen Rechnung nicht wiedergegeben werden, weil der α_0 -Zerfall in dem Ansatz der Rechnung nicht berücksichtigt ist. Außerdem ist der Fehler von W_{exp} bei den niedrigsten und bei den höchsten Kanalnummern, die ein W_{exp} ungleich null zeigen, nicht abzuschätzen (vgl. Abschnitt 3.4.3). Deshalb wird zu jeder experimentellen Winkelkonfiguration eine untere und eine obere Grenze für die Bogenkanalnummer eingelesen. Der Vergleich zwischen W_{th} und W_{exp} erfolgt nur innerhalb dieser Kanalgrenzen.

Nach dem paarweisen Zusammenfassen der Bogenkanäle ist jede mittlere kinematische Kurve in fünfzig Kanäle eingeteilt. Da Meßdaten bei vierundzwanzig verschiedenen Winkelstellungen vorliegen, erhält man eine Gesamtmenge von 1200 Bogenkanälen, aus der 757 Kanäle zum Vergleich benutzt werden.

Anschließend werden die Ergebnisse $x^{(i)}$ der theoretischen Rechnungen der Reihe nach eingelesen, wobei entsprechend wie bei den experimentellen Daten über die Werte benachbarter Kanäle gemittelt wird. Das Programm berechnet dann für jede theoretische Verteilung die Größe a aus Gl.(4.2.4) und daraus χ^2 nach Gl.(4.2.2). Als Maß für die Übereinstimmung zwischen theoretischer Rechnung und experimentellem Ergebnis dient der Quotient χ^2 geteilt durch die Anzahl der Freiheitsgrade n_F , wobei n_F definiert ist durch:

$$(4.2.5) \quad n_F = \text{Anzahl der Meßpunkte minus Anzahl der Parameter}$$

Da alle 757 Meßergebnisse durch einen einzigen gemeinsamen Parameter a beschrieben werden, erhält man für $n_F = 756$.

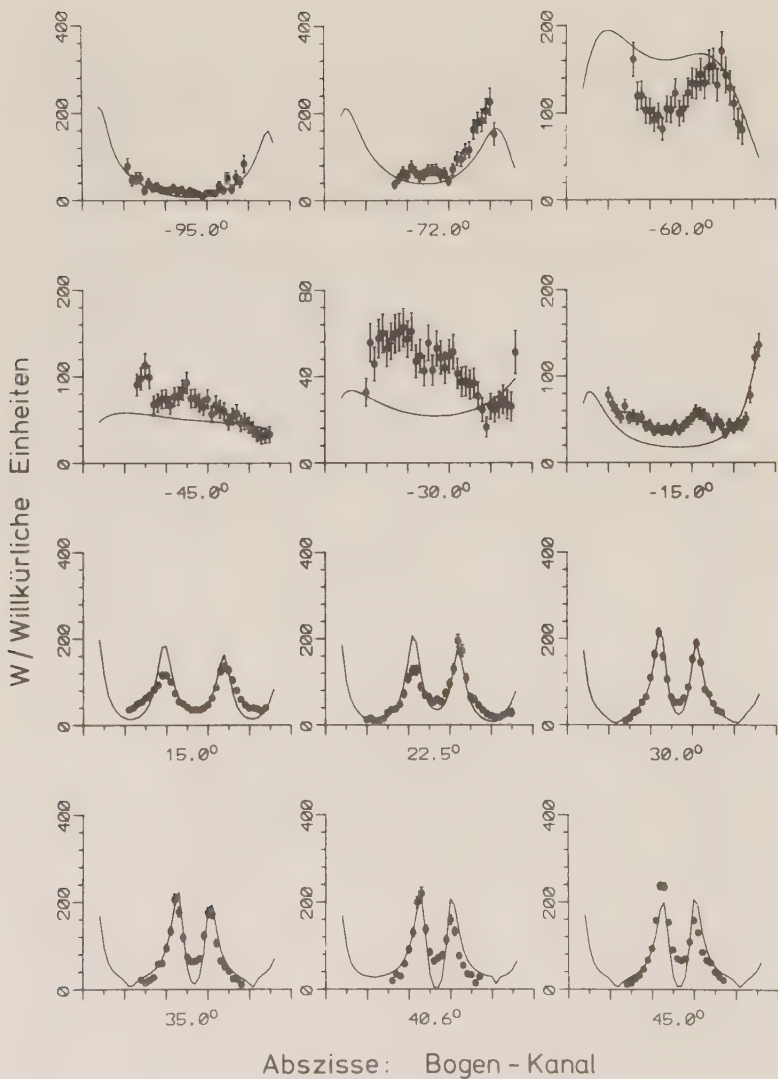
Das Programm gibt die Ergebnisse für a und χ^2/n_F aus. Außerdem ermöglicht es die Darstellung der theoretischen Ergebnisse zusammen mit den Meßpunkten auf dem on-line-Plotter.

Die erhaltenen Ergebnisse für χ^2/n_F sind in Tabelle 4.3 zusammengestellt. Sie hängen einerseits von der Wahl der Drehimpulsparameter und andererseits von dem zugrundegelegten Modell ab. Bei den Rechnungen nach dem Modell von Schäfer ist die Abhängigkeit von χ^2/n_F von den gewählten Werten der Drehimpulse am größten. Dieses Modell liefert bei der Kombination Nr. 22 mit $\chi^2/n_F = 11,5$ den besten Wert für χ^2/n_F von allen Modellrechnungen. Das zweitbeste Ergebnis für $\chi^2/n_F = 13$ nach dem Schäfer-Modell liegt bei der Drehimpulskombination Nr. 12, die sich von der Nr. 22 nur durch den Wert des Kanalspins unterscheidet. Alle anderen Werte für χ^2/n_F nach dem Schäfer-Modell sind größer als 19.

Die Ergebnisse für χ^2/n_F nach den anderen drei Modellen zeigen eine schwächere Abhängigkeit von der Wahl der Drehimpulse.

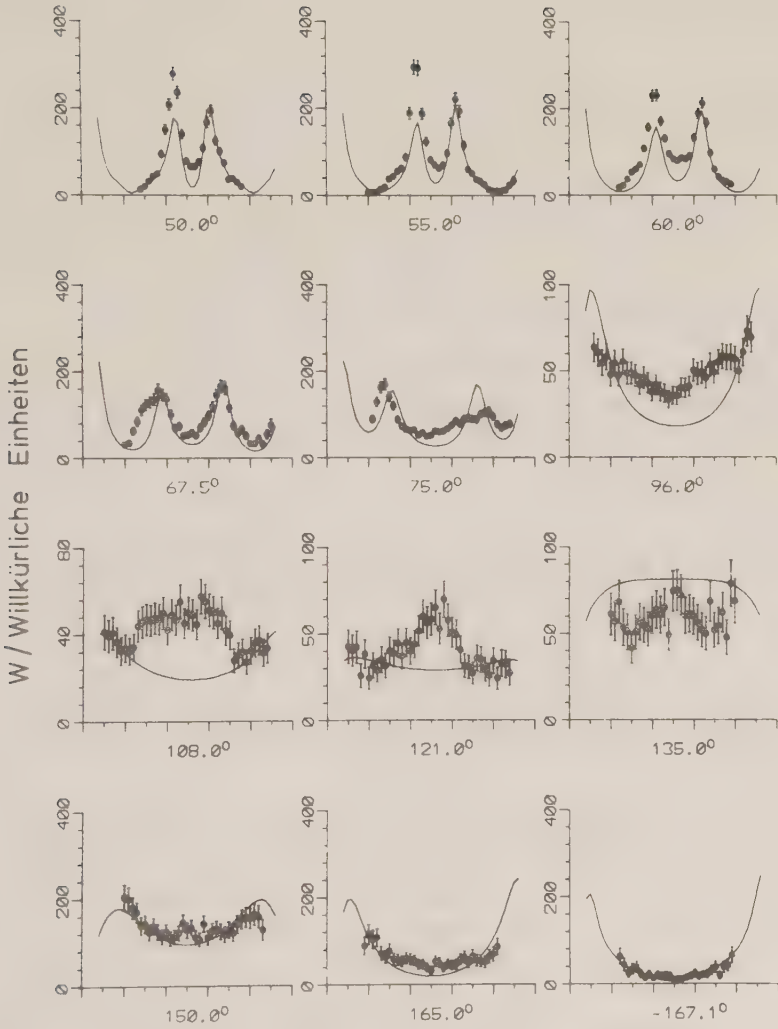
Nr.	s	λ	J^π	L	χ^2/n_F Modell von			
					Schäfer	Giorni	Watson	Barker
1	2	2	2+	0	19,72	32,23	27,20	29,98
2	2	2	2+	2	21,06	47,14	26,62	31,88
3	2	2	2+	4	37,14	40,53		45,18
4	3	2	3+	2	42,61	47,95	48,81	48,50
5	3	0	3+	4	29,79	45,32		37,54
6	4	0	4+	2	23,79	27,97	35,64	32,15
7	4	2	4+	4	25,50	40,03		34,17
8	2	1	1-	1	24,85	43,23	18,23	24,95
9	2	1	1-	3	30,09	30,90	25,14	30,29
10	2	1	2-	1	45,71	53,84	48,41	47,57
11	2	1	2-	3	34,94	45,33	44,61	42,95
12	2	1	3-	1	14,98	44,95	23,82	25,19
13	2	1	3-	3	20,72	32,53	29,62	35,12
14	2	1	3-	5	27,27	46,89		38,44
15	3	1	2-	1	43,79	56,49	46,26	46,18
16	3	1	2-	3	29,88	46,29	43,75	38,79
17	3	1	3-	1	21,85	42,84	17,14	30,23
18	3	1	3-	3	46,84	38,64	54,98	56,11
19	3	1	3-	5	43,68	46,95		53,46
20	3	1	4-	3	33,74	58,76	41,89	41,50
21	3	1	4-	5	28,27	38,84		39,51
22	4	1	3-	1	11,54	43,63	21,97	23,42
23	4	1	3-	3	26,33	29,42	31,84	36,19
24	4	1	3-	5	27,55	47,75		38,87
25	4	1	4+	3	31,67	55,97	39,82	39,43
26	4	1	4-	5	30,46	41,39		45,12
27	4	1	5-	3	20,99	25,34	23,03	27,55
28	4	1	5-	5	21,52	34,62		31,11
29	2	2	0+	2	49,90		52,40	
30	2	2	1+	2	39,12		46,73	
31	2	2	2+	0	19,28		21,17	
32	2	2	2+	2	20,36		32,78	
33	2	2	2+	4	30,76			
34	2	2	3+	2	40,59		54,28	
35	2	2	3+	4	31,67			
36	2	2	4+	2	29,29		34,59	
37	2	2	4+	4	24,27			
38	3	2	1+	2	39,12		46,72	
39	3	2	2+	0	20,20		30,19	
40	3	2	2+	2	20,19		30,90	
41	3	2	2+	4	45,88			
42	3	2	3+	2	54,14		58,81	
43	3	2	3+	4	41,73			
44	3	2	4+	2	32,52		40,95	
45	3	2	4+	4	39,26			
46	3	2	5+	4	51,45			
47	4	2	2+	2	23,17		30,49	
48	4	2	2+	4	22,87		27,92	
49	4	2	2+	6	35,97			
50	4	2	3+	2	43,16		49,65	
51	4	2	3+	4	57,15			
52	4	2	4+	2	29,87		29,44	
53	4	2	4+	4	40,93			
54	4	2	5+	4	42,24			

Tabelle 4.3: χ^2/n_F aus dem Vergleich zwischen berechnetem und gemessenem Absolutquadrat der Übergangsamplitude. $n_F=756$. In der Modellrechnung ist nur der Zerfall über den ersten angeregten Zustand mit $\ell=2$ berücksichtigt und der Reaktionsablauf über die angegebene Kombination der Werte für den Drehimpuls des einlaufenden Deuterons λ , den Kanalspin s , Spin und Parität J^π des ^{12}C -Compound-Kerns und dem Relativimpuls L zwischen dem "zuerst" emittierten α -Teilchen und dem ^8Be im ersten angeregten Zustand angenommen



Schafer - Modell: $s = 4$, $\lambda = 1$, $J^\pi = 3^-$, $L_1 = 1$

Fig. 4.1: Meßpunkte und berechnete Kurven für das Absolutquadrat der Übergangsamplitude nach dem Modell von Schäfer unter der Annahme, daß nur der erste angeregte Zustand des ^8Be zum Zerfall beiträgt. Die Anpassung aller Spektren enthält nur einen freien Parameter. (Unterschiedliche Ordinatenmaßstäbe). Θ_1 ist unter den Abszissen angegeben, $\Theta_2 = 135^\circ$ (fest)



Abszisse: Bogen - Kanal

Schafer - Modell $s = 4$, $\lambda = 1$, $J^{\pi} = 3^{-}$, $L_1 = 1$

Fortsetzung von Fig. 4.1

Insbesondere tritt kein deutlicher Abstand zwischen den besten χ^2/n_F und den weiteren Werten auf. Das beste χ^2/n_F bei der Rechnung nach Ziemińska-Barker liegt ebenfalls bei der Drehimpulskombination Nr. 22, das für die Rechnung nach Ziemińska-Watson bei der Kombination Nr. 17, die sich von der Nr. 22 nur im Kanalspin unterscheidet. Während diese drei Modelle ihre besten Ergebnisse übereinstimmend für einen 3^- -Zustand in ^{12}C liefern, ist das kleinste χ^2/n_F für das Modell von Giorni bei der Kombination Nr. 27 mit einem 5^- -Zustand im ^{12}C . Betrachtet man nur die besten Ergebnisse für χ^2/n_F der einzelnen Modelle, so ist dieses bei dem Modell von Giorni schlechter als bei den drei anderen.

In Fig.4.1 sind die Meßergebnisse für das Absolutquadrat der Übergangsamplitude zusammen mit den angepaßten Rechenergebnissen aus dem Modell von Schäfer mit der Drehimpulskombination Nr. 22 gezeigt. Die Anordnung der einzelnen Verteilungen erfolgte wieder nach dem Winkel zwischen den Detektoren (vgl. Fig.3.8 und 3.9). Bei der Darstellung der experimentellen Ergebnisse wurde auf die α_0 -Linien und die Randkanäle, die nicht zum Vergleich benutzt werden, verzichtet. Die Übereinstimmung zwischen der berechneten Kurve und den experimentellen Ergebnissen ist in Anbetracht der Tatsache, daß nur ein einziger freier Parameter zur gemeinsamen Beschreibung aller gemessenen Verteilungen angepaßt wurde, in vielen Fällen erstaunlich gut (man beachte die Verteilung mit $\theta_1 = 30^\circ$!).

Die wesentliche Struktur der gemessenen Verteilungen mit $\theta_1 = 15^\circ$ bis $\theta_1 = 96^\circ$ wird von der Rechnung richtig wiedergegeben. Diese Übereinstimmung ist keineswegs bei allen berechneten Verteilungen gegeben. Bei Rechnungen mit dem Modell von Schäfer werden die deutlichen Buckelstrukturen der experimentellen Verteilungen durch den α_1 -Zerfall bei Werten von $\chi^2/n_F \geq 25$ nicht mehr durch die theoretischen Ergebnisse wiedergegeben. Bei den besten Ergebnissen nach den Modellen von Ziemińska-Watson und Ziemińska-Barker wird wenigstens diese Struktur der Wirkungsquerschnitte einigermaßen reproduziert, obwohl die Übereinstimmung wesentlich schlechter ist, als in der in Fig.4.1 gezeigten Rechnung nach dem

Modell von Schäfer. Dagegen wird bei der Rechnung nach dem Giorni-Modell diese Struktur auch im besten Falle nicht annähernd wieder-gegeben.

Während die berechnete Kurve in weiten Bereichen wenigstens ungefähr den experimentellen Punkten folgt, kann in dem Bereich mit $\theta_1 = 108^\circ$ bis $\theta_1 = 135^\circ$ und bei $\theta_1 = -30^\circ$ von einer Ähnlichkeit der Struktur keine Rede sein. Dies gilt nicht allein für die in Fig.4.1 dargestellte Modellrechnung, sondern zeigte sich bei allen Plots, die zu Rechnungen mit den verschiedenen Modellen und unterschiedlichen Drehimpulskombinationen hergestellt wurden. (Es ist aus Platzgründen nicht möglich, diese Plots hier darzustellen). Ein Vergleich mit Fig.3.5 zeigt, daß in diesem kinematischen Bereich Beiträge von dem α_2 -Zerfall zu erwarten sind, der in den in diesem Abschnitt beschriebenen Rechnungen nicht enthalten ist.

4.3 Modellannahme: Der Reaktionsablauf kann durch $\ell_1 = 2, \ell_2 = 4$ und einen eindeutigen Satz der Parameter $s, \lambda, J^\pi, L_1, L_2$ beschrieben werden

Berücksichtigt man in der theoretischen Rechnung den Stufenzerfall über den ersten und zweiten angeregten Zustand ^8Be unter der Annahme, daß die Reaktion über einen bestimmten Wert für s, λ, J^π und für die Relativimpulse L_1 und L_2 zwischen dem "zuerst" emittierten α -Teilchen und dem ^8Be im ersten und zweiten angeregten Zustand abläuft, erhält man aus Gl.(1.5.35) und Gl.(1.4.15):

$$(4.3.1) \quad W_{\text{th}} = \langle |T_{\text{fi}}|^2 \rangle =$$

$$= a_1 \cdot \sum_{m=-s}^s \left| \sum_{\gamma=1}^3 \left(\tilde{y}_{\ell_1=2, L_1, J, \lambda}^{sm}(\hat{p}_\gamma, \hat{q}_\gamma, \hat{u}) \cdot B_{\ell_1=2, L_1, J}(q_\gamma) \cdot C_{\ell_1=2}(q_\gamma) + \right. \right.$$

$$\left. + (a_2 + ib_2) \cdot \tilde{y}_{\ell_2=4, L_2, J, \lambda}^{sm}(\hat{p}_\gamma, \hat{q}_\gamma, \hat{u}) \cdot B_{\ell_2=4, L_2, J}(q_\gamma) \cdot C_{\ell_2=4}(q_\gamma) \right|^2$$

Die Konstante a_1 entspricht der Konstanten a in Gl. (4.2.1).

Die komplexe Konstante $a_2 + ib_2$ dient zur Anpassung der relativen Amplitude und Phase der Zerfälle über den ersten und zweiten angeregten Zustand des ^8Be . Da eine Methode zur theoretischen Berechnung von a_2 und b_2 nicht bekannt ist, muß neben a_1 auch a_2 und b_2 den experimentellen Daten angepaßt werden.

Um die Werte der Funktionen in (4.3.1) unabhängig von der Größe der Konstanten berechnen zu können, muß das Absolutquadrat in Gl.(4.3.1) aufgelöst werden. Mit der Abkürzung

(4.3.2)

$$F(\ell, L, J, \lambda, s, m) := \sum_{\gamma=1}^3 \tilde{Y}_{\ell, L, J, \lambda}^{sm}(\hat{p}_\gamma, \hat{q}_\gamma, \hat{u}) \cdot B_{\ell, L, J}(q_\gamma) \cdot C_\ell(q_\gamma)$$

erhält man aus (4.3.1):

(4.3.3)

$$\begin{aligned} W_{\text{th}} = & a_1 \cdot \sum_{m=-s}^s \left| F(\ell_1, L_1, J, \lambda, s, m) \right|^2 + a_1 \cdot (a_1^2 + b_2^2) \cdot \sum_{m=-s}^s \left| F(\ell_2, L_2, J, \lambda, s, m) \right|^2 + \\ & + 2 \cdot a_1 \cdot b_2 \cdot \sum_{m=-s}^s [\text{Im}\{F(\ell_1, L_1, J, \lambda, s, m)\} \cdot \text{Re}\{F(\ell_2, L_2, J, \lambda, s, m)\} - \\ & \quad - \text{Re}\{F(\ell_1, L_1, J, \lambda, s, m)\} \cdot \text{Im}\{F(\ell_2, L_2, J, \lambda, s, m)\}] + \\ & + 2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \sum_{m=-s}^s [\text{Re}\{F(\ell_1, L_1, J, \lambda, s, m)\} \cdot \text{Re}\{F(\ell_2, L_2, J, \lambda, s, m)\} + \\ & \quad + \text{Im}\{F(\ell_1, L_1, J, \lambda, s, m)\} \cdot \text{Im}\{F(\ell_2, L_2, J, \lambda, s, m)\}] \end{aligned}$$

Gleichung (4.3.3) hat die Form:

(4.3.4)

$$W_{\text{th}} = a_1 \cdot \text{Term}_1 + a_1 \cdot (a_2^2 + b_2^2) \cdot \text{Term}_2 + 2 \cdot a_1 \cdot b_2 \cdot \text{Term}_3 + 2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \text{Term}_4$$

Dabei ist Term_1 identisch mit den Ergebnissen der numerischen Rechnungen für x aus Abschnitt 4.2.

Bei den Modellen von Schäfer und Ziemińska-Watson ist die Zeit, die zur Berechnung der Größen C und B erforderlich ist, vernachlässigbar gegen die Zeit zur Berechnung der Winkelfunktionen $\tilde{Y}$. Dies gilt nicht für die Modelle von Giorni und Ziemińska-Barker, da hier auch die Coulomb-Funktionen nach dem Programm von Barnett et al (Ba74) berechnet werden. Deshalb wurden die Richtun-

gen $\hat{\beta}_\gamma, \hat{q}_\gamma$ ($\gamma = 1, 2, 3$) und die Größen $B_{L,\gamma}$, ($L = 0, 1, \dots, 5$) und $C_{\ell,\gamma}$ ($\ell = 2, 4$) nach den Modellfunktionen aus Abschnitt 1.5.4 für jeden Bogenkanal der Experimente ausgerechnet. In einem Folgeprogramm werden aus diesen Daten und der gewählten Kombination von s, λ, J^π, L_1 und L_2 die Größen Term₁ bis Term₄ aus Gl.(4.3.4) für jeden Bogenkanal berechnet. Trotzdem beträgt die zur Berechnung einer Verteilung erforderliche Zeit je nach Wahl der Drehimpulsparameter 15 min bis anderthalb Stunden.

Durch das Auftreten des zusätzlichen Parameters L_2 erhöht sich die Anzahl der möglichen Kombinationen für die Drehimpulse beträchtlich. Deshalb wurde $\lambda = 2$ wegen der geringen Schwellendurchlässigkeit (siehe Abschnitt 4.1) von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen. Mit der schon in Abschnitt 4.2 getroffenen Beschränkung auf $L < 6$ bleiben trotzdem nach Tabelle 4.2 noch 72 verschiedene Kombinationen der Parameter übrig. Deshalb wurde auch auf weitere Rechnungen nach dem Ziemińska-Watson-Modell verzichtet, da das Ziemińska-Barker-Modell durch die Berücksichtigung von Coulomb-Effekten eine Verbesserung dieses Modells darstellt.

Zum Vergleich der Ergebnisse der numerischen Rechnungen mit den Meßergebnissen müssen die Konstanten a_1 , a_2 und b_2 aus der Forderung (4.2.2) berechnet werden. Da W_{th} keine lineare Funktion dieser drei Parameter ist, müssen die Werte der Parameter in einem Iterationsverfahren angepaßt werden. Da bei der Vielzahl der berechneten Verteilungen hierzu wiederum ein erheblicher Aufwand an Rechenzeit erforderlich wäre, wurde zu jeder Verteilung zunächst ein unterer Grenzwert für χ^2/n_F ausgerechnet: Die Funktion

$$(4.3.5) \quad \tilde{W}_{th} = A_1 \cdot \text{Term}_1 + A_2 \cdot \text{Term}_2 + A_3 \cdot \text{Term}_3 + A_4 \cdot \text{Term}_4$$

stimmt mit der Funktion (4.3.4) überein, wenn die Parameter A den Nebenbedingungen $A_1 > 0$ und:

$$(4.3.6) \quad A_2 = \frac{A_3^2 + A_4^2}{4A_1}$$

genügen. Wenn man diese Nebenbedingungen nicht berücksichtigt und

die Koeffizienten A_1 bis A_4 aus der Forderung

$$(4.3.7) \quad \chi_m^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(\tilde{W}_{th}^{(i)} - W_{exp}^{(i)})^2}{(\Delta W_{exp}^{(i)})^2} \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

berechnet, so erhält man für die A_j das lineare Gleichungssystem:

$$(4.3.8) \quad 0 = \frac{\partial \chi_m^2}{\partial A_j} = 2 \cdot \sum_{i=1}^N \frac{\sum_{k=1}^4 A_k \cdot \text{Term}_k^{(i)} - W_{exp}^{(i)}}{(\Delta W_{exp}^{(i)})^2} \cdot \text{Term}_j \quad (j = 1 \cdots 4)$$

Zur Lösung des Gleichungssystems (4.3.8) ist nur eine (4,4)-Matrix zu invertieren. Setzt man die (eindeutige) Lösung dieses Gleichungssystems in (4.3.7) ein, erhält man den kleinsten Wert für χ_m^2 aus allen möglichen Kombinationen der Parameter A_1 bis A_4 . Da in diesen Kombinationen alle Parametersätze, die die Nebenbedingungen (4.3.6) erfüllen, enthalten sind, kann der aus (4.2.2) und (4.3.4) berechnete Wert für χ^2 höchstens größer als χ_m^2 sein.

In Tabelle 4.4 sind alle Werte für χ_m^2/n_F aufgetragen, die zu den unterschiedlichen Verteilungen berechnet wurden. Um einen Vergleich mit der Tabelle 4.3 zu erleichtern, wurde die dort vorgenommene Numerierung der Drehimpulskombinationen beibehalten. Jede Drehimpulskombination ist also jetzt durch die Angabe der Nummer und des Relativimpulses L_2 eindeutig charakterisiert.

Bei den Kombinationen, für die χ_m^2/n_F besonders klein ist, wurden anschließend mit einem Iterationsverfahren die Koeffizienten a_1 , a_2 und b_2 berechnet, für die χ^2 minimal ist. Das Rechenprogramm hierzu folgt weitgehend dem Programm "Curfit" von Bevington (Be69). Die Iteration konvergiert bei einem gut ausgeprägten Minimum ziemlich schnell. So ändert sich bei den Kombinationen mit der besten Übereinstimmung zwischen theoretischer Rechnung und experimentellem Ergebnis der Wert von χ^2/n_F nach etwa acht bis zehn Iterationen nur noch in der achten Dezimalstelle, wenn die Anfangswerte für die Koeffizienten größenordnungsmäßig richtig in das Programm eingegeben werden.

Nr.	s	λ	J^π	L_1	L_2	χ_m^2/n_F Modell von		
						Schäfer	Giorni	Barker
1	2	2	2 ⁺	2	2	10,27	37,51	10,23
1	2	2	2 ⁺	2	4	14,47	28,53	14,66
2	2	2	2 ⁺	2	2	19,77	37,72	18,20
2	2	2	2 ⁺	2	4	19,05	33,97	22,37
3	2	2	2 ⁺	4	2	29,24	37,22	16,19
3	2	2	2 ⁺	4	4	10,84	31,63	19,72
4	2	2	2 ⁺	2	2	35,67	38,13	30,39
4	2	2	2 ⁺	2	4	24,27	41,60	38,72
4	2	2	2 ⁺	4	2	23,99	39,10	29,62
5	2	2	2 ⁺	4	4	14,43	42,49	28,92
6	2	2	2 ⁺	2	2	13,97	26,23	13,91
6	2	2	2 ⁺	2	4	14,91	21,45	17,56
6	2	2	2 ⁺	4	2	14,53	21,22	14,12
7	2	2	2 ⁺	4	2	21,54	35,15	14,92
7	2	2	2 ⁺	4	4	21,46	34,96	22,58
8	2	2	2 ⁺	1	3	10,25	33,22	23,12
8	2	2	2 ⁺	1	5	15,21	28,87	16,63
8	2	2	2 ⁺	3	5	19,17	40,84	16,92
9	2	2	2 ⁺	1	3	17,99	26,54	20,98
10	2	2	2 ⁺	1	3	30,46	19,97	29,87
11	2	2	2 ⁺	1	5	42,17	44,63	36,21
11	2	2	2 ⁺	3	3	22,77	46,17	31,96
11	2	2	2 ⁺	3	5	30,52	37,99	28,14
12	2	2	2 ⁺	1	1	10,57	40,82	15,86
12	2	2	2 ⁺	1	3	11,21	35,91	14,42
12	2	2	2 ⁺	1	5	11,31	38,64	15,94
13	2	2	2 ⁺	3	1	22,93	42,62	23,13
13	2	2	2 ⁺	3	3	24,95	24,95	23,92
13	2	2	2 ⁺	3	5	23,26	29,77	22,26
14	2	2	2 ⁺	5	1	29,67	22,46	29,16
14	2	2	2 ⁺	5	3	24,96	59,46	24,10
14	2	2	2 ⁺	5	5	25,36	41,25	25,14
15	3	1	2 ⁻	1	3	21,67	35,47	27,42
15	3	1	2 ⁻	1	5	33,17	38,72	39,31
16	3	1	2 ⁻	3	3	37,92	45,82	24,92
16	3	1	2 ⁻	3	5	10,31	37,80	26,69
17	3	1	2 ⁻	3	5	24,34	37,12	26,37
17	3	1	2 ⁻	1	1	13,21	35,10	16,98
17	3	1	2 ⁻	1	3	14,74	39,03	18,79
18	3	1	2 ⁻	1	5	19,13	40,89	35,41
18	3	1	2 ⁻	3	1	35,47	34,56	35,29
18	3	1	2 ⁻	3	3	36,06	34,27	33,22
18	3	1	2 ⁻	3	5	37,89	35,98	39,54
19	3	1	2 ⁻	5	1	39,85	42,59	41,14
19	3	1	2 ⁻	5	3	39,73	40,38	31,36
19	3	1	2 ⁻	5	5	35,24	38,23	36,13
20	3	1	2 ⁻	3	1	36,72	32,89	31,25
20	3	1	2 ⁻	3	3	38,18	44,79	36,57
21	3	1	2 ⁻	5	1	19,21	32,54	27,91
21	3	1	2 ⁻	5	3	19,87	38,81	22,42
21	3	1	2 ⁻	5	5	21,63	29,74	14,25
22	4	1	2 ⁻	1	1	9,16	34,37	12,89
22	4	1	2 ⁻	1	3	9,15	37,39	13,57
22	4	1	2 ⁻	1	5	10,69	39,41	22,28
23	4	1	2 ⁻	3	1	20,52	23,37	19,53
23	4	1	2 ⁻	3	3	21,93	38,85	24,37
24	4	1	2 ⁻	3	5	25,35	39,76	23,99
24	4	1	2 ⁻	5	1	26,81	33,15	32,35
25	4	1	2 ⁻	5	3	27,85	35,33	32,36
25	4	1	2 ⁻	5	5	29,97	45,55	36,84
25	4	1	2 ⁻	3	3	20,26	43,98	33,42
26	4	1	2 ⁻	5	1	24,98	35,29	35,14
26	4	1	2 ⁻	5	3	24,43	33,15	25,33
26	4	1	2 ⁻	5	5	27,31	32,25	16,99
27	4	1	2 ⁻	3	1	19,91	23,92	16,12
27	4	1	2 ⁻	3	3	14,82	22,12	14,37
27	4	1	2 ⁻	3	5	17,83	35,47	19,65
28	4	1	2 ⁻	5	1	17,75	33,30	28,29
28	4	1	2 ⁻	5	3	10,29	31,33	16,73

Tabelle 4.4:

Untere Grenzwerte

für χ^2/n_F berechnet

nach Gl.(4.3.8).

In der Modellrechnung ist der Zerfall über den ersten und zweiten angeregten Zustand des ^8Be berücksichtigt. L_1 und L_2 sind die Relativimpulse zwischen $^8\text{Be}^*$ im ersten und zweiten angeregten Zustand. Die übrigen Parameter wurden unter Tabelle 4.3 erklärt.

Nr.	L_2	J^π	χ^2/n_F	Nr.	L_2	J^π	χ^2/n_F	Nr.	L_2	J^π	χ^2/n_F
22	3	3^-	9,16	27	3	5^-	16,41	22	3	3^-	12,67
22	1	3^-	9,29	6	4	4^+	21,42	22	5	3^-	13,58
22	5	3^-	10,57	6	2	4^+	21,46	6	0	4^+	13,99
12	1	3^-	10,78	23	3	3^-	22,06	6	4	4^+	14,64
6	4	4^+	10,95	27	5	5^-	22,22	22	1	3^-	15,01
Schäfer-Modell				Giorni-Modell				Barker-Modell			

Tabellen 4.5: Die fünf besten Ergebnisse für χ^2/n_F bei Berücksichtigung des Zerfalls über den ersten und zweiten angeregten Zustand des ^8Be

In den Tabellen 4.5 sind die jeweils fünf besten Ergebnisse von χ^2/n_F für die drei benutzten Modelle gezeigt. Ein Vergleich mit Tabelle 4.4 zeigt, daß sich diese von den Ergebnissen, die unter Hinzunahme eines zusätzlichen freien Parameters berechnet wurden, nur geringfügig unterscheiden. Da die besten Ergebnisse für χ^2/n_F kleiner sind als alle bei anderen Drehimpulskombinationen berechneten Werte für χ_m^2/n_F , kann bei den übrigen Kombinationen auf die iterative Anpassung der Parameter verzichtet werden.

Ein Vergleich der Tabellen 4.3 und 4.5 zeigt, daß bei allen drei Modellen jeweils die gleiche Drehimpulskombination, die bei der theoretischen Rechnung ohne Berücksichtigung des α_2 -Zerfalls das beste Ergebnis für χ^2/n_F lieferte, auch jetzt die beste Übereinstimmung zwischen der Modellrechnung und Meßwerten ergibt. Die Änderung des besten Wertes für χ^2/n_F ist bei dem Schäfer-Modell relativ klein, bei dem Ziemińska-Barker-Modell am größten. Während die besten Ergebnisse des Barker-Modells vorher deutlich schlechter waren als die des Schäfer-Modells, ist dieser Unterschied bei der Berücksichtigung des α_2 -Zerfalls erheblich geringer.

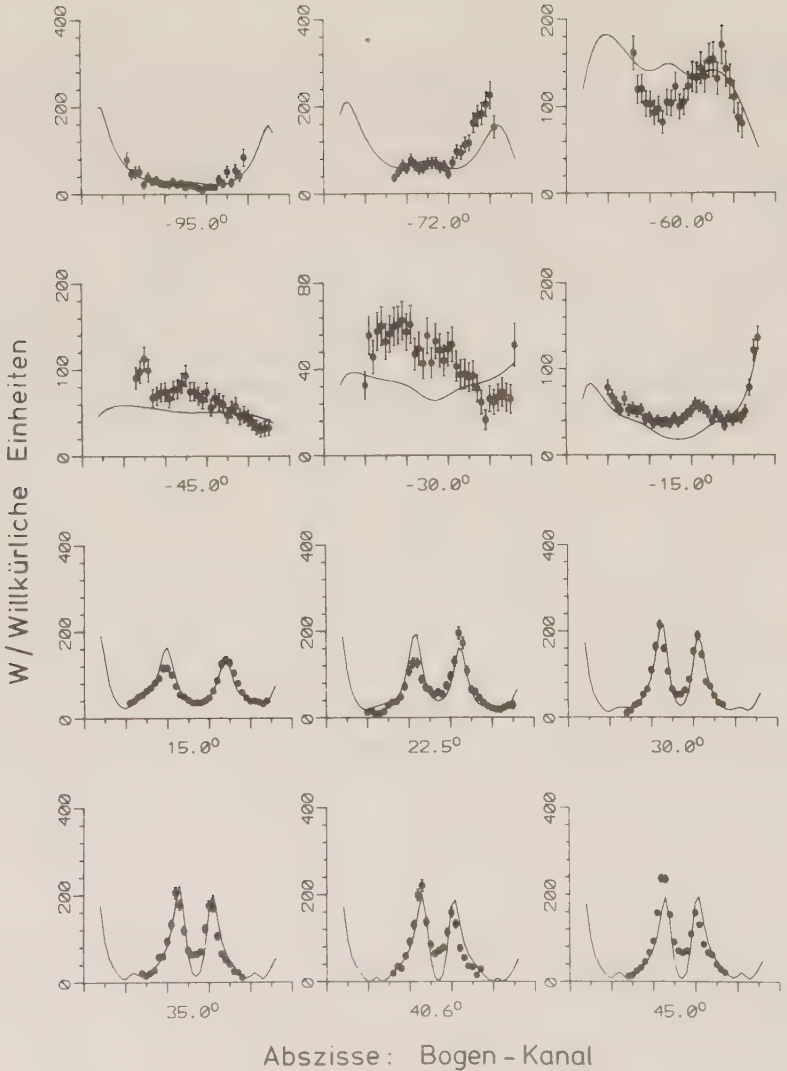
In Abschnitt 4.2 wurde bei dem Modell von Schäfer ein deutlicher Unterschied zwischen den χ^2/n_F -Werten für die Drehimpulskombinationen

Nr. 22 und Nr. 12 mit einem 3^- -Zustand im ^{12}C und allen anderen Drehimpulskombinationen festgestellt. Nach Berücksichtigung des α_2 -Zerfalls ist auch bei dem Modell von Schäfer dieser Abstand zwischen den besten Ergebnissen für χ^2/n_F und den weiteren Werten klein.

Auffällig ist die Verbesserung des Ergebnisses für die Drehimpulskombination Nr. 6 bei den Modellrechnungen nach Schäfer und Ziemińska-Barker. In Tabelle 4.3 findet man bei keiner der Drehimpulskombinationen für alle drei Modelle ein besonders kleines χ^2/n_F , dagegen ist die Drehimpulskombination Nr. 6 mit $L_2 = 4$ bei allen Modellrechnungen unter den fünf besten Ergebnissen in Tabelle 4.5. Dies ist besonders bemerkenswert, da diese Drehimpulskombination dem von Hackenbroich et al (Ha72) erwarteten Reaktionsablauf entspricht (vgl. Abschnitt 4.1).

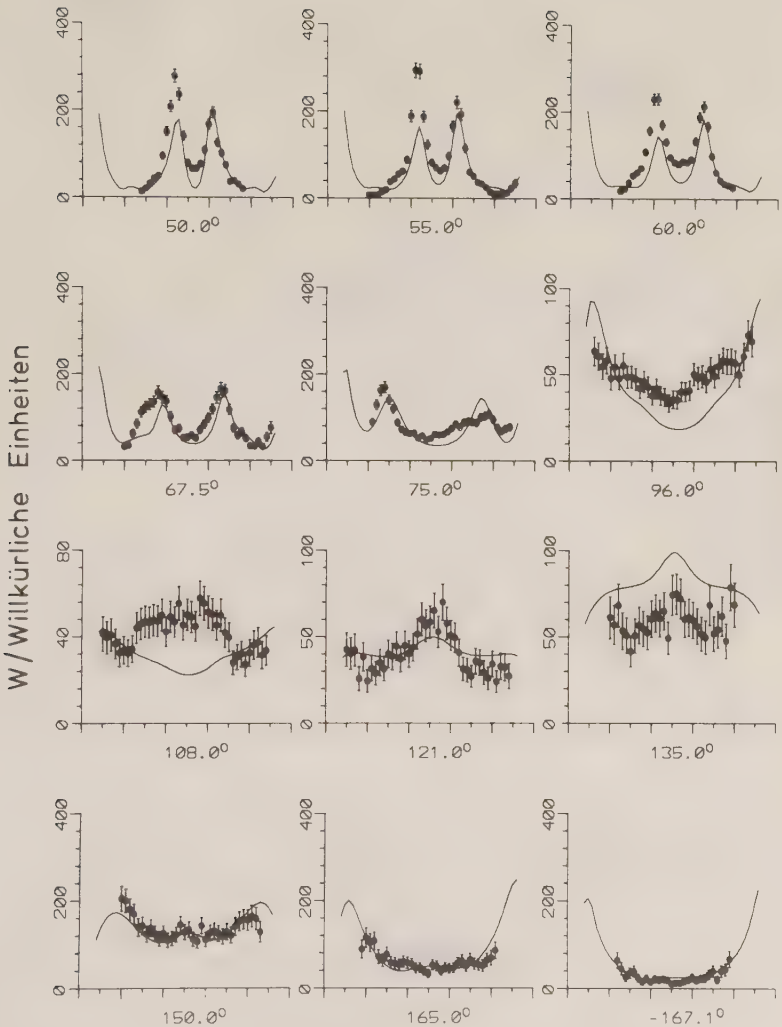
Die beste Übereinstimmung zwischen der theoretischen Rechnung und den Meßergebnissen liefert jedoch unter den Voraussetzungen dieses Abschnittes die Modellrechnung von Schäfer mit der Drehimpulskombination Nr. 22 und $L_2 = 3$. In Fig.4.2 sind diese angepaßten Rechenergebnisse zusammen mit den Meßpunkten gezeigt. Das in dieser Figur dargestellte theoretische Ergebnis unterscheidet sich von dem in Fig.4.1 gezeigten allein durch die Berücksichtigung des $^8\text{Be}-4^+$ -Zustandes. Man erkennt, daß die Form der theoretischen Kurven dem Verlauf der Meßpunkte bei den Winkelstellungen mit $\Theta_1 = 121^\circ$ bis $\Theta_1 = 165^\circ$ besser folgt.

Zum Vergleich ist in Fig.4.3 auch die Modellrechnung nach Schäfer mit der Drehimpulskombination Nr. 6 und $L_2 = 4$ gezeigt. Man erkennt, daß diese bei den Winkelstellungen mit $\Theta_1 = 108^\circ$ bis $\Theta_1 = 165^\circ$ dem Verlauf der Meßpunkte besser entspricht als die in Fig.4.2 gezeigte Verteilung, daß aber die Form der α_1 -Linien (insbesondere bei den Spektren mit $\Theta_1 = 30^\circ$ bis $\Theta_1 = 55^\circ$) schlechter wiedergegeben wird. Dies drückt sich auch in dem schlechteren Wert von χ^2/n_F aus, da die Übereinstimmung für die α_1 -Linien wegen der viel kleineren relativen Fehler mit einem größeren Gewicht in die Anpassung eingehen. (Man beachte außerdem die Änderungen der Ordinatenmaßstäbe in den Figuren).



Schäfer - Modell. $s = 4$, $\lambda = 1$, $J^\pi = 3^-$, $L_1 = 1$, $L_2 = 3$

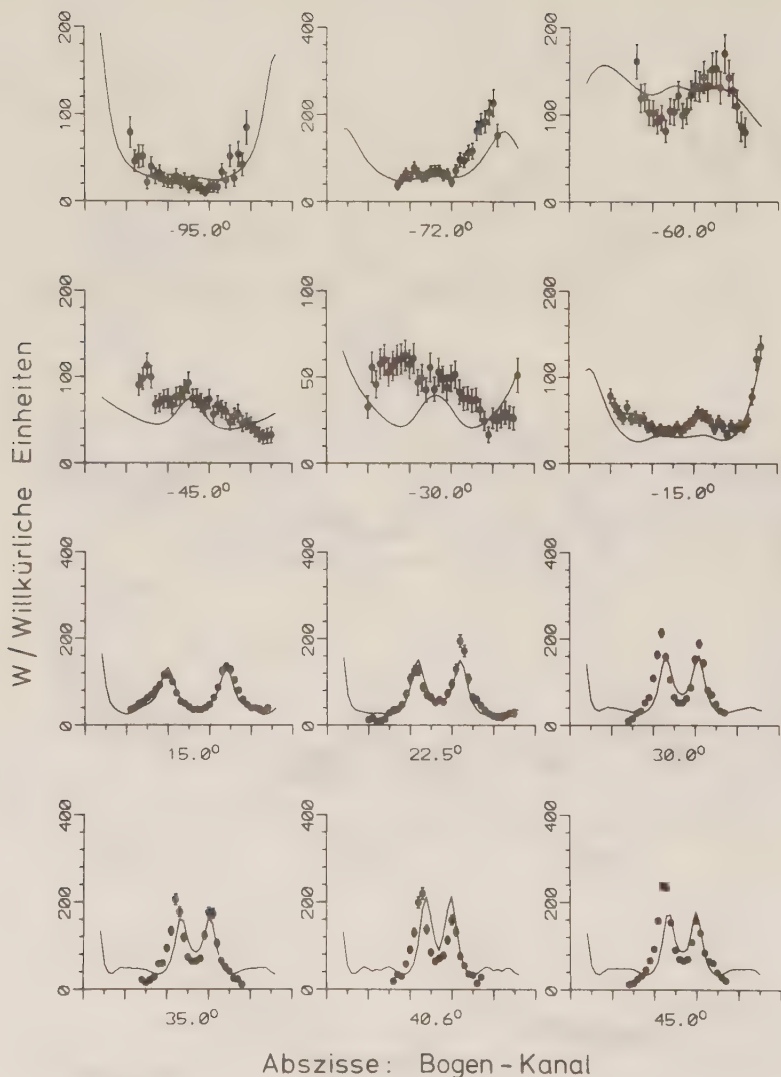
Fig. 4.2: Meßpunkte und berechnete Kurven für das Absolut-Quadrat der Übergangsamplitude. Rechnung nach dem Modell von Schäfer mit der Annahme: Zerfall des ^{12}C über den ersten und zweiten angeregten Zustand des ^8Be . Die Anpassung enthält drei freie Parameter. (Unterschiedliche Ordinatenmaßstäbe)
 θ_1 ist unter den Abszissen angegeben, $\theta_2 = 135^\circ$ (fest)



Abszisse: Bogen - Kanal

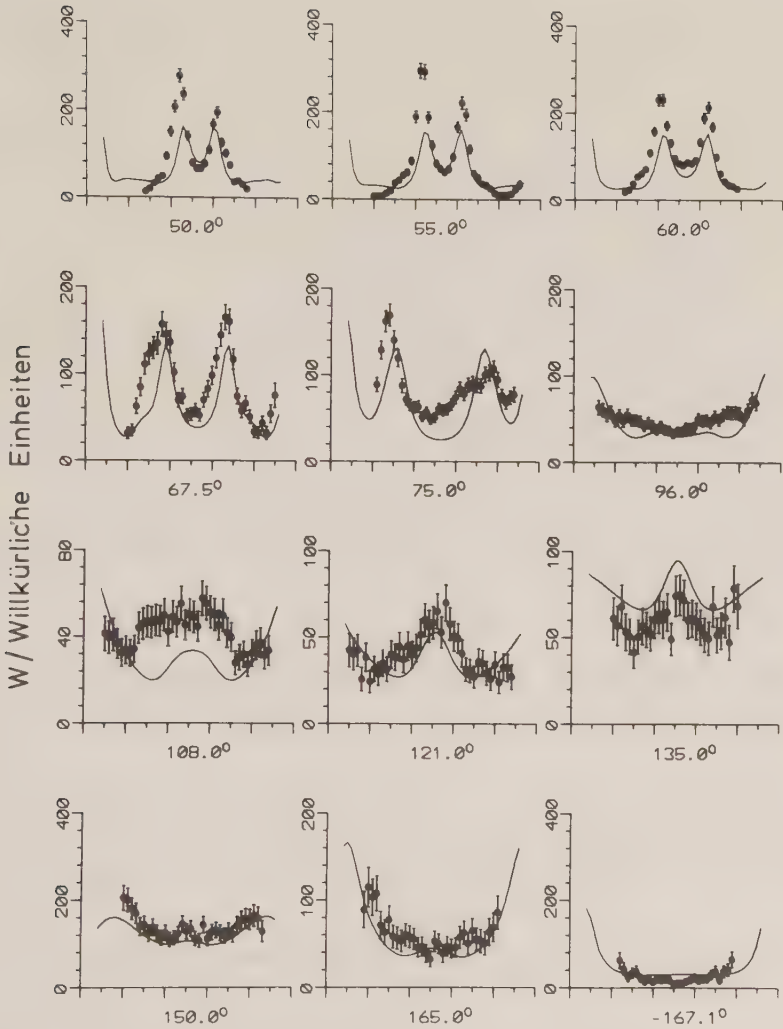
Schafer - Modell: $s = 4$, $\lambda = 1$, $J^\pi = 3^-$, $L_1 = 1$, $L_2 = 3$

Fortsetzung von Fig. 4.2



Schafer-Modell: $s = 4$, $\lambda = 0$, $J^\pi = 4^+$, $L_1 = 2$, $L_2 = 4$

Fig. 4.3: Meßpunkte und berechnete Kurven für das Absolutquadrat der Übergangsamplitude. Rechnung nach dem Schäfer-Modell mit der Annahme: Zerfall des ^{12}C über den ersten und zweiten angeregten ^8Be -Zustand. Die Anpassung enthält drei freie Parameter. (Unterschiedliche Ordinatenmaßstäbe)
 θ_1 ist unter den Abszissen angegeben, $\theta_2 = 135^\circ$ (fest)



Abszisse: Bogen - Kanal

Schafer - Modell: $s = 4$, $\lambda = 0$, $J^\pi = 4^+$, $L_1 = 2$, $L_2 = 4$

Fortsetzung von Fig. 4.3

Die Betrachtung von Plots zu weiteren Modellergebnissen, die in dieser Arbeit nicht dargestellt werden, zeigt, daß die Übereinstimmung zwischen Modellrechnungen nach Giorni und den experimentellen Werten schlecht ist, da die Rechnung die deutliche Struktur der α_1 -Linien nicht richtig beschreibt. Dagegen geben die besten Ergebnisse nach dem Barker-Modell wenigstens die Strukturen der gemessenen Verteilungen richtig wieder. Die Abweichung der Kurven von den Meßpunkten ist, wie auch aus dem höheren Wert χ^2/n_F ersichtlich, an vielen Stellen deutlich größer als bei den besten Ergebnissen nach dem Schäfer-Modell. Ein Vergleich der Plots zu Rechnungen mit der Drehimpulskombination Nr. 22 und solchen mit der Drehimpulskombination Nr. 6 ergibt auch bei dem Ziemińska-Barker-Modell ein ähnliches Bild wie bei der Anwendung des Modells von Schäfer: Die Rechnungen mit der Drehimpulskombination Nr. 6 geben Teilbereiche der gemessenen Verteilungen besser wieder als die Rechnungen mit der Drehimpulskombination Nr. 22, zeigen aber im Bereich der α_1 -Linien größere Abweichungen von den Meßpunkten. Deshalb ist zu vermuten, daß die Reaktion nicht über eine einzige Drehimpulskombination abläuft.

4.4 Modell-Annahme: Der Reaktionsablauf kann durch $\ell_1 = 2, \ell_2 = 4$

und zwei Sätze der Parameter $s, \lambda, J^\pi, L_4, L_2$ beschrieben werden

Berücksichtigt man in der theoretischen Berechnung den Stufenzerfall über den ersten und zweiten angeregten Zustand des ^8Be und nimmt an, daß der Reaktionsablauf durch die Parameter $s^{(1)}, \lambda^{(1)}, J^{\pi(1)}, L_1^{(1)}, L_2^{(1)}$ und $s^{(2)}, \lambda^{(2)}, J^{\pi(2)}, L_1^{(2)}, L_2^{(2)}$ beschrieben werden kann, so erhält man aus Gl. (1.4.15) für $s^{(1)} \neq s^{(2)}$ und für $s^{(1)} = s^{(2)}$ zwei verschiedene Ergebnisse für das Absolutquadrat der Übergangsamplitude.

Für $s^{(1)} \neq s^{(2)}$ erhält man mit der Abkürzung (4.3.2) die inkohärente Summe:

$$\begin{aligned}
 (4.4.1) \quad W_{th} = & a_1 \cdot \sum_{m=-s}^{s(1)} \left| F(\ell_1, L_1^{(1)}, J^{(1)}, \lambda^{(1)}, s^{(1)}, m) + \right. \\
 & \left. + (a_2 + ib_2) \cdot F(\ell_2, L_2^{(1)}, J^{(1)}, \lambda^{(1)}, s^{(1)}, m) \right|^2 + \\
 & + a_3 \cdot \sum_{m=-s}^{s(2)} \left| F(\ell_1, L_1^{(2)}, J^{(2)}, \lambda^{(2)}, s^{(2)}, m) + \right. \\
 & \left. + (a_2 + ib_2) \cdot F(\ell_2, L_2^{(2)}, J^{(2)}, \lambda^{(2)}, s^{(2)}, m) \right|^2
 \end{aligned}$$

(a_1 und $a_3 \geq 0$)

Für $s^{(1)} = s^{(2)} = s$ ist dagegen die kohärente Summe zu bilden:

$$\begin{aligned}
 (4.4.2) \quad W_{th} = & \bar{a}_1 \sum_{m=-s}^s \left| F(\ell_1, L_1^{(1)}, J^{(1)}, \lambda^{(1)}, s, m) + \right. \\
 & + (\bar{a}_2 + i\bar{b}_2) \cdot F(\ell_2, L_2^{(1)}, J^{(1)}, \lambda^{(1)}, s, m) + \\
 & + (\bar{a}_3 + i\bar{b}_3) \cdot F(\ell_1, L_1^{(2)}, J^{(2)}, \lambda^{(2)}, s, m) + \\
 & \left. + (\bar{a}_4 + i\bar{b}_4) \cdot F(\ell_2, L_2^{(2)}, J^{(2)}, \lambda^{(2)}, s, m) \right|^2
 \end{aligned}$$

Gleichung (4.4.1) kann man unter Benutzung von Gleichung (4.3.4) schreiben als

(4.4.3)

$$\begin{aligned}
 W_{th} = & a_1 \cdot \text{Term}_1^{(1)} + a_1 \cdot (a_2^2 + b_2^2) \cdot \text{Term}_2^{(1)} + 2 \cdot a_1 \cdot b_2 \cdot \text{Term}_3^{(1)} + 2 \cdot a_1 a_2 \cdot \text{Term}_4^{(1)} + \\
 & + a_3 \cdot \text{Term}_1^{(2)} + a_3 \cdot (a_4^2 + b_4^2) \cdot \text{Term}_2^{(2)} + 2 \cdot a_3 \cdot b_4 \cdot \text{Term}_3^{(2)} + 2 \cdot a_3 a_4 \cdot \text{Term}_4^{(2)}
 \end{aligned}$$

Die Größen $\text{Term}_1^{(1)}$ und $\text{Term}_1^{(2)}$ sind identisch mit den Größen Term_i ($i = 1 \dots 4$) aus Abschnitt 4.3. Zur Berechnung von Gleichung (4.4.3) sind die sechs Koeffizienten a_1 , a_2 , b_2 , a_3 , a_4 und b_4 aus der Forderung (4.2.2) zu bestimmen. Neue Modellrechnungen sind nicht erforderlich, da in (4.4.2) nur die numerischen Ergebnisse aus Abschnitt 4.3 zu zwei verschiedenen Drehimpulskombinationen mit unterschiedlichem Kanalspin eingesetzt werden müssen. Bei den Rechnungen unter den Voraussetzungen des letzten Abschnittes waren

72 verschiedene Sätze von Drehimpulsparametern zu berücksichtigen. Von den 2556 möglichen Zweierkombinationen aus diesen Parametersätzen können unter den Voraussetzungen dieses Abschnittes nur die wenigen ausgeschlossen werden, bei denen sich die beiden Parametersätze nur in einem L-Wert unterscheiden, da in diesem Falle zwei Terme in Gl. (4.4.1) bzw. Gl. (4.4.2) gleich sind.

Zur Vorauswahl von Parametersätzen dient der Ansatz:

$$(4.4.4) \quad W_{th} = A_1 \cdot \text{Term}_1^{(1)} + A_2 \cdot \text{Term}_2^{(1)} + A_3 \cdot \text{Term}_3^{(1)} + A_4 \cdot \text{Term}_4^{(1)} + \\ + A_5 \cdot \text{Term}_1^{(2)} + A_6 \cdot \text{Term}_2^{(2)} + A_7 \cdot \text{Term}_3^{(2)} + A_8 \cdot \text{Term}_4^{(2)}$$

Mit der Forderung (4.3.7) erhält man für die Parameter $A_1 \dots A_8$ ein lineares Gleichungssystem wie in Gl. (4.3.8), in dem die Summe über k und der Wert von j aber jetzt von eins bis acht läuft. Für jedes der drei Modelle wurde jede Kombination der Modellergebnisse für Term_1 bis Term_4 in das Gleichungssystem eingesetzt und aus den Lösungen für die $A_1 \dots A_8$ wurde χ_m^2/n_F nach Gl. (4.3.7) berechnet. Die Ergebnisse für χ_m^2/n_F liegen bei dem Schäfer-Modell zwischen 5,5 und 35, beim Barker-Modell zwischen 5,4 und 30, beim Giorni-Modell zwischen 8,5 und 45. Ein ausgeprägtes Minimum für χ_m^2/n_F tritt in keinem Falle auf; die Ergebnisse liegen kontinuierlich verteilt zwischen diesen Grenzen.

4.4.1 Parametersätze mit verschiedenen Kanalspins

Für $s^{(1)} \neq s^{(2)}$ ist W_{th} nach Gl. (4.4.3) zu berechnen. In diesem Falle ist der Wert von χ_m^2 , der mit Hilfe von Gl. (4.4.4) berechnet wurde, wieder ein unterer Grenzwert für χ^2 . Die Begründung hierfür entspricht der in Abschnitt 4.3 gegebenen. Allerdings wurden in Gl. (4.4.4) zwei zusätzliche unabhängige Parameter eingeführt, um ein lineares Gleichungssystem zu erhalten, während in Abschnitt 4.3 hierzu nur ein zusätzlicher Parameter erforderlich war. Zur Berechnung der sechs Parameter a_1, a_2, a_3, a_4, b_2 und b_4 aus der Forderung (4.2.2) wird wieder ein Iterationsverfahren benutzt, welches dem Programm "Curfit" von Bevington (Be69)

entspricht. Die Anpassung wurde von vornherein nur auf solche Drehimpulskombinationen beschränkt, für die χ_m^2/n_F klein ist. Zur Berechnung der Werte für die sechs Parameter waren etwa zwanzig bis achtzig Iterationen erforderlich, bis sich χ^2/n_F in der siebten Dezimalstelle nicht mehr änderte. Nach dem Vorliegen von Ergebnissen von χ^2/n_F brauchen Kombinationen, für die χ_m^2/n_F größer ist als der beste erreichte Wert von χ^2/n_F , nicht mehr untersucht zu werden. Auf diese Weise war nach der Anpassung von zehn bis fünf- und zwanzig Verteilungen für jedes Modell bekannt, welche Drehimpulskombinationen das beste Ergebnis für χ^2/n_F unter der Voraussetzung $s^{(1)} \neq s^{(2)}$ liefern. In den Tabellen 4.6 bis 4.8 sind die fünf besten Ergebnisse für χ^2/n_F , die bei den drei Modellen erreicht wurden, gezeigt.

Während die Modelle von Schäfer und Ziemińska-Barker unter den Voraussetzungen der Abschnitte 4.2 und 4.3 die besten Werte für χ^2/n_F bei den gleichen Drehimpulskombinationen zeigten, gibt es jetzt kein einziges Paar von Drehimpulskombinationen, welches in allen drei Tabellen vertreten ist. Von den einzelnen Drehimpulskombinationen tritt nur die Kombination Nr. 6 in allen drei Tabellen auf, sonst ist keine einzige Kombination in zwei verschiedenen Tabellen vertreten.

In den Figuren 4.4 bis 4.6 sind die angepaßten Ergebnisse der Modellrechnungen zusammen mit den Meßpunkten jeweils für das Paar der Drehimpulskombinationen gezeigt, das für das betreffende Modell den niedrigsten Wert für χ^2/n_F ergab. Nach dem visuellen Eindruck beschreiben sowohl die Modellrechnungen nach Schäfer wie die nach Ziemińska-Barker den Verlauf der Meßpunkte erheblich besser als die Modellrechnung nach Giorni. Es ist auffällig, daß das Giorni-Modell die deutliche Struktur der α_1 -Linien insbesondere bei den Messungen mit $\theta_1 = 50^\circ$ bis $\theta_1 = 67,5^\circ$ nicht richtig beschreibt. Ein Vergleich von Fig. 4.5 mit Fig. 4.1 zeigt, daß das Schäfer-Modell diese Struktur bereits bei der Anpassung, die nur einen einzigen freien Parameter enthält, erheblich besser wiedergibt als das Giorni-Modell bei der Anpassung mit sechs freien Parametern. Die besten Ergebnisse des Schäfer-Modells und des

Ziemińska-Barker-Modells geben dagegen den Verlauf der Meßpunkte nahezu gleich gut wieder. Hier wäre es schwierig, nach dem visuellen Eindruck einer der beiden Anpassungen den Vorrang zu geben. Man kann sich nur auf den objektiven Maßstab des Wertes von χ^2/n_F verlassen, der besagt, daß das Schäfer-Modell die Meßpunkte etwas besser beschreibt.

4.4.2 Parametersätze mit gleichen Kanalspins

Für $s^{(1)} = s^{(2)}$ ist W_{th} nach Gl.(4.4.2) zu berechnen. Hierzu wurde zunächst das Absolutquadrat in (4.4.2) aufgelöst, entsprechend wie beim Übergang von Gl.(4.3.1) zu (4.3.4), um die Summation über m vor der Anpassung der sieben Parameter $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4, \bar{b}_2, \bar{b}_3$ und $\bar{b}_4$ ausführen zu können. Die Auflösung liefert eine Summe, die aus 16 Termen, den vier Absolutquadraten und zwölf Interferenzgliedern, besteht. Zur Berechnung dieser Terme können die Ergebnisse für die Größen $B_{L,\gamma} C_{l,\gamma}$ aus den in Abschnitt 4.3 beschriebenen Rechnungen benutzt werden. Zur Berechnung einer Verteilung zu einem Paar von Drehimpulsparametersätzen sind 30 min bis 3 Stunden an reiner Rechenzeit erforderlich. Die Berechnung von Verteilungen zu allen möglichen Paaren von Drehimpulsparametersätzen würde einen unvertretbar hohen Aufwand an Rechenzeit bedeuten.

Die acht Terme in Gl.(4.4.4) sind die vier Absolutquadrate und vier der zwölf Interferenzglieder aus Gl.(4.4.2). Nimmt man an, daß W_{th} aus (4.4.2) wesentlich durch diese acht Terme beeinflusst wird, kann der Wert von χ_m^2/m_F zur Auswahl von Drehimpulsparametersätzen dienen. Bei den Modellen von Schäfer und von Ziemińska-Barker wurden die Verteilungen für die zwanzig Paare von Drehimpulskombinationen mit $s^{(1)} = s^{(2)}$ berechnet, die vorher die kleinsten Werte von χ_m^2/n_F ergaben. Bei dem Modell von Giorni wurden nur sechs solcher Verteilungen berechnet, da von den betrachteten Modellen das Modell von Giorni bei allen in dieser Arbeit vorher untersuchten Fällen die Meßdaten am schlechtesten beschrieben hat.

Nr.	s	λ	J^π	L_1	L_2	χ^2/n_F
1 22	2 4	0 1	2^+_{-3}	0 1	2 1	6,52
2 22	2 4	0 1	2^+_{-3}	2 1	4 5	6,81
2 22	2 4	0 1	2^+_{-3}	2 1	4 1	6,85
2 22	2 4	0 1	2^+_{-3}	2 1	4 1	6,88
6 17	4 3	0 1	4^+_{-3}	2 1	4 3	6,89

Nr.	s	λ	J^π	L_1	L_2	χ^2/n_F
3 27	2 4	0 1	2^+_{-5}	4 3	4 3	10,09
6 13	4 2	0 1	4^+_{-3}	2 3	4 1	11,42
6 13	4 2	0 1	4^+_{-3}	2 3	4 1	11,48
6 13	4 2	0 1	4^+_{-3}	2 3	4 3	11,57
3 27	2 4	0 1	2^+_{-5}	4 3	4 1	11,84

Tabelle 4.6: Die fünf besten Ergebnisse für χ^2/n_F nach dem Modell von Schäfer für

$s^{(1)} \neq s^{(2)}$

Tabelle 4.7: Die fünf besten Ergebnisse für χ^2/n_F nach dem Modell von Giorni für

$s^{(1)} \neq s^{(2)}$

Nr.	s	λ	J^π	L_1	L_2	χ^2/n_F
6 15	4 3	0 1	4^+_{-2}	2 1	4 3	7,09
6 10	4 2	0 1	4^+_{-2}	2 1	4 3	7,37
5 6	3 4	0 0	3^+_{-4}	4 2	4 4	7,41
6 16	4 3	0 1	4^+_{-2}	2 3	4 3	7,59
3 15	2 3	0 1	2^+_{-2}	4 1	4 3	7,70

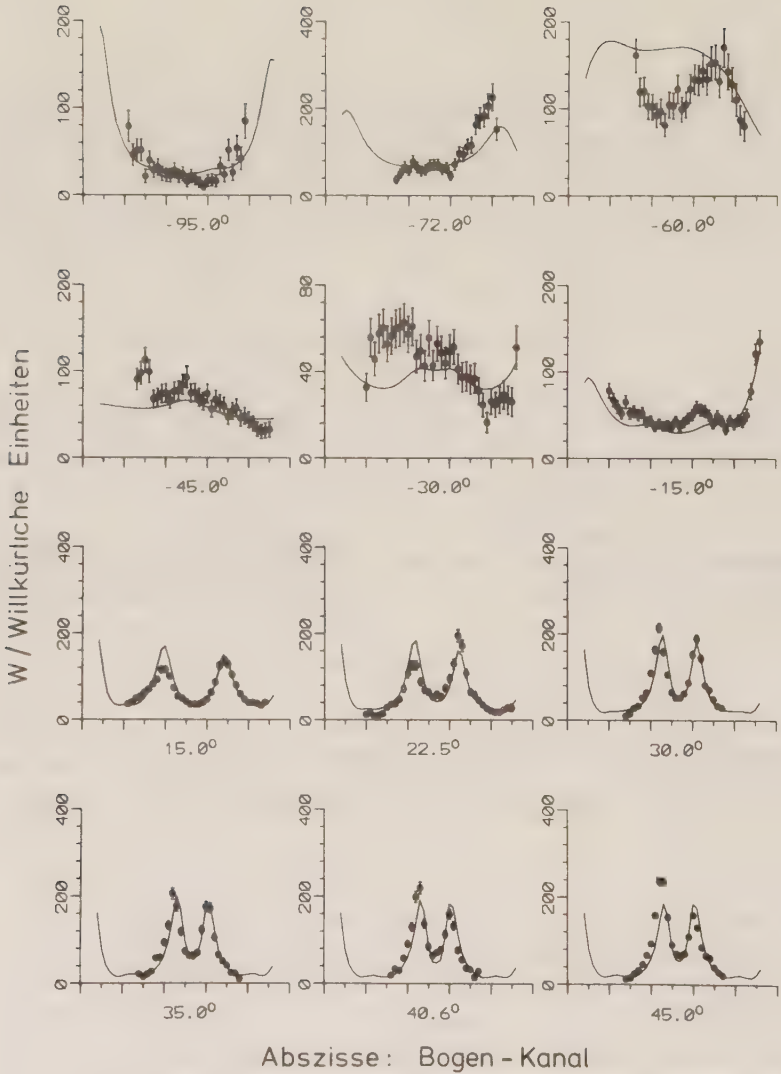
Tabelle 4.8: Die fünf besten Ergebnisse für χ^2/n_F nach dem Modell von Ziemińska-Barker

für $s^{(1)} \neq s^{(2)}$

Nr.	s	λ	J^π	L_1	L_2	χ^2/n_F
7 22	4 4	0 1	4^+_{-3}	4 1	2 3	6,35
7 22	4 4	0 1	4^+_{-3}	4 1	4 3	6,42
22 25	4 4	1 1	3^-_{-4}	1 3	3 1	6,57
7 22	4 4	0 1	4^+_{-3}	4 1	4 1	6,99

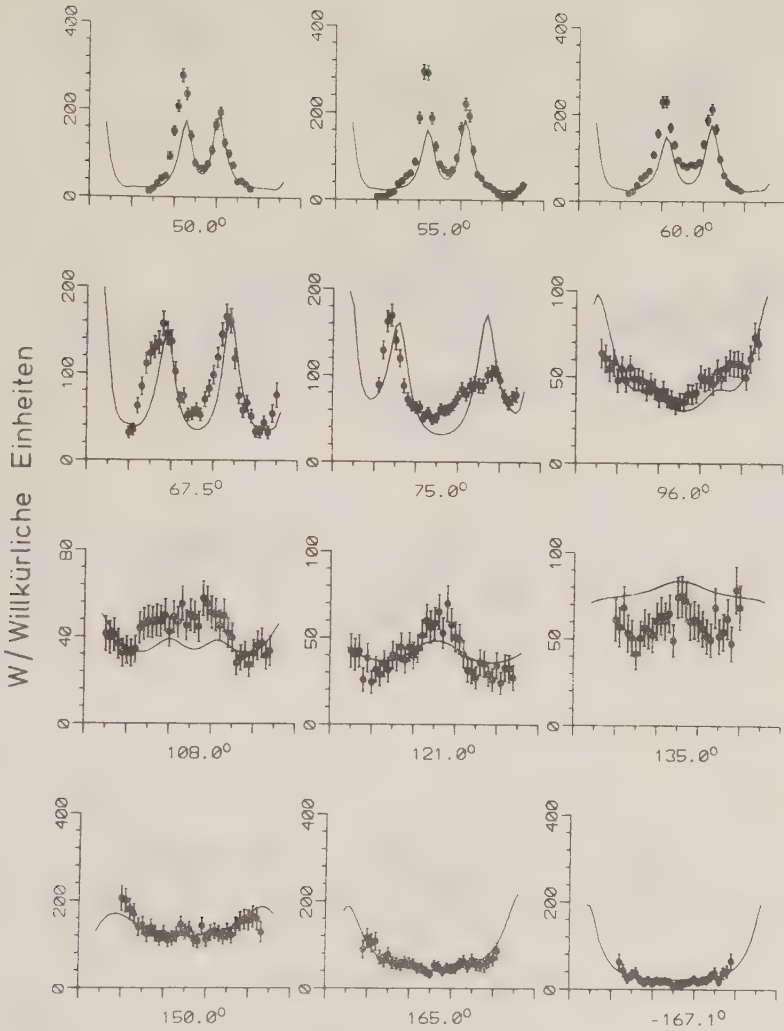
Tabelle 4.9: Die besten Ergebnisse für χ^2/n_F nach dem Modell von Schäfer

für $s^{(1)} = s^{(2)}$



Schafer - Modell. $s^{(1)} = 2$, $\lambda^{(1)} = 0$, $J^{\pi(1)} = 2^+$, $L_1^{(1)} = 0$, $L_2^{(1)} = 2$
 $s^{(2)} = 4$, $\lambda^{(2)} = 1$, $J^{\pi(2)} = 3^-$, $L_1^{(2)} = 1$, $L_2^{(2)} = 1$

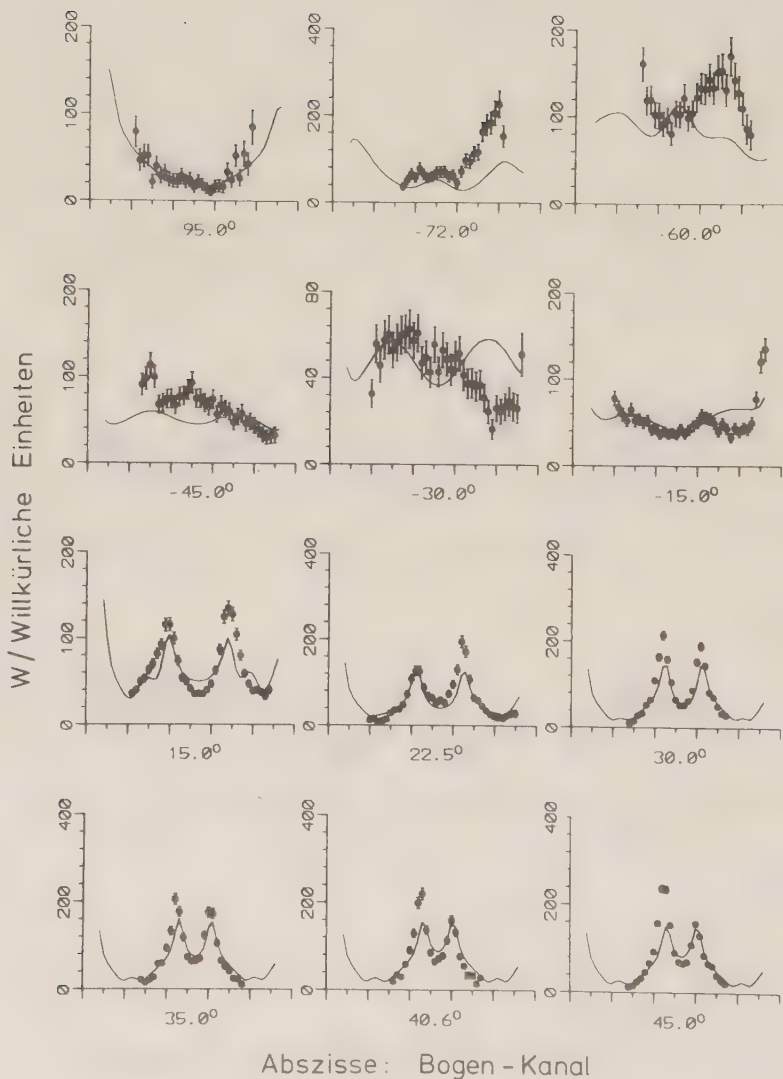
Fig. 4.4: Meßpunkte und nach dem Schäfer-Modell berechnete Kurven für das Absolutquadrat der Übergangsamplitude. Die Anpassung enthält sechs freie Parameter. (Unterschiedliche Ordinatenmaßstäbe). θ_1 ist unter den Abszissen angegeben, $\theta_2 = 135^\circ$ (fest)



Abszisse: Bogen - Kanal

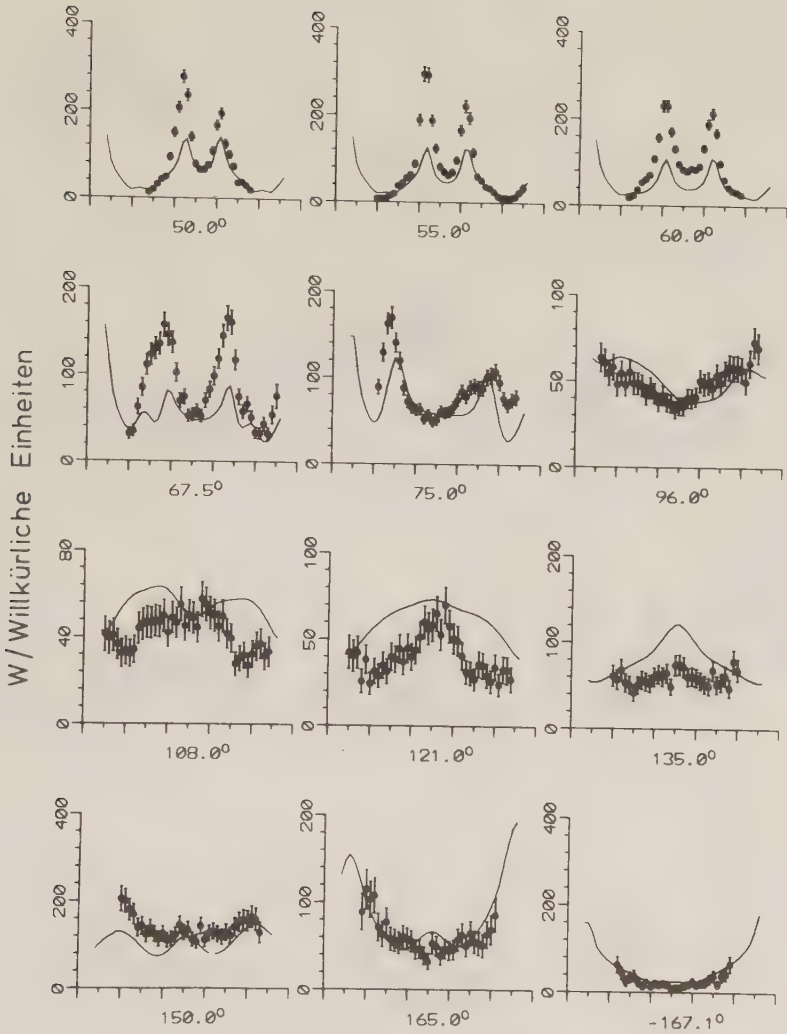
Schafer - Modell: $s^{(1)} = 2$, $\lambda^{(1)} = 0$, $J^{\pi(1)} = 2^+$, $L_1^{(1)} = 0$, $L_2^{(1)} = 2$
 $s^{(2)} = 4$, $\lambda^{(2)} = 1$, $J^{\pi(2)} = 3^-$, $L_1^{(2)} = 1$, $L_2^{(2)} = 1$

Fortsetzung von Fig. 4.4



Giorni - Modell: $s^{(1)} = 2$, $\lambda^{(1)} = 0$, $J^{\pi(1)} = 2^+$, $L_1^{(1)} = 4$, $L_2^{(1)} = 4$
 $s^{(2)} = 4$, $\lambda^{(2)} = 1$, $J^{\pi(2)} = 5^-$, $L_1^{(2)} = 3$, $L_2^{(2)} = 3$

Fig. 4.5: Meßpunkte und nach dem Giorni-Modell berechnete Kurven für das Absolutquadrat der Übergangsamplitude. Die Anpassung enthält sechs freie Parameter. (Unterschiedliche Ordinatenmaßstäbe). θ_1 ist unter den Abszissen angegeben, $\theta_2 = 135^\circ$ (fest)

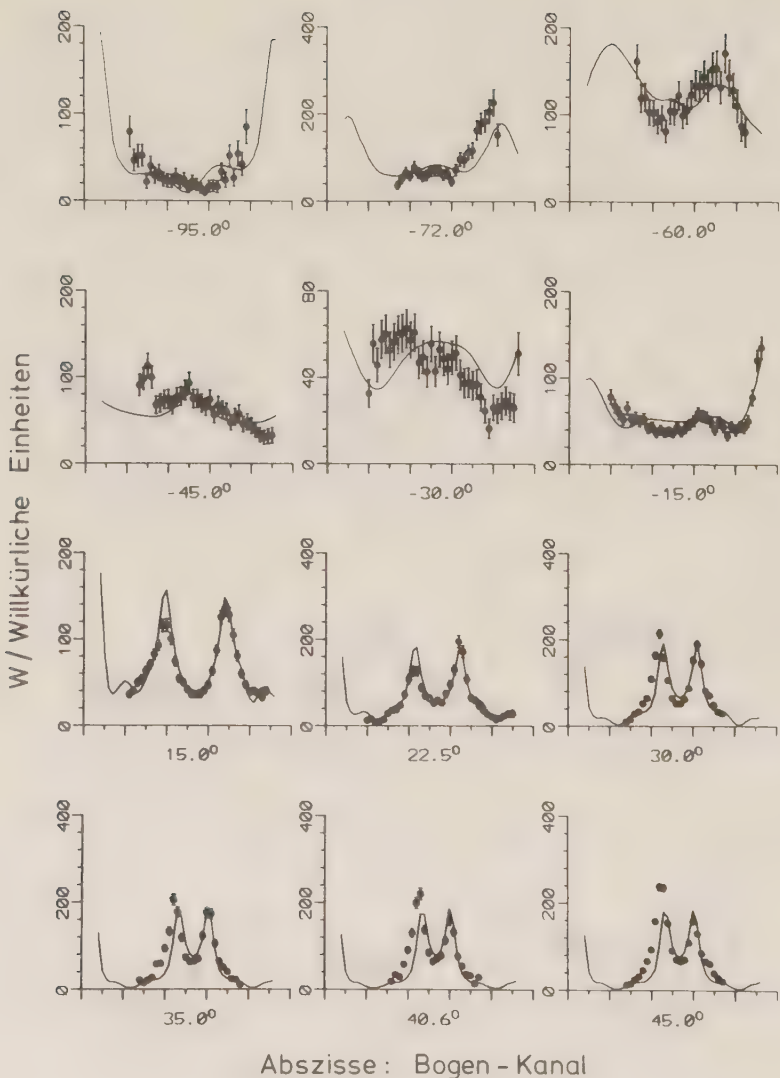


Abszisse: Bogen - Kanal

Giorni - Modell: $s^{(1)} = 2$, $\lambda^{(1)} = 0$, $J^{\pi(1)} = 2^+$, $L_1^{(1)} = 4$, $L_2^{(1)} = 4$

$s^{(2)} = 4$, $\lambda^{(2)} = 1$, $J^{\pi(2)} = 5^-$, $L_1^{(2)} = 3$, $L_2^{(2)} = 3$

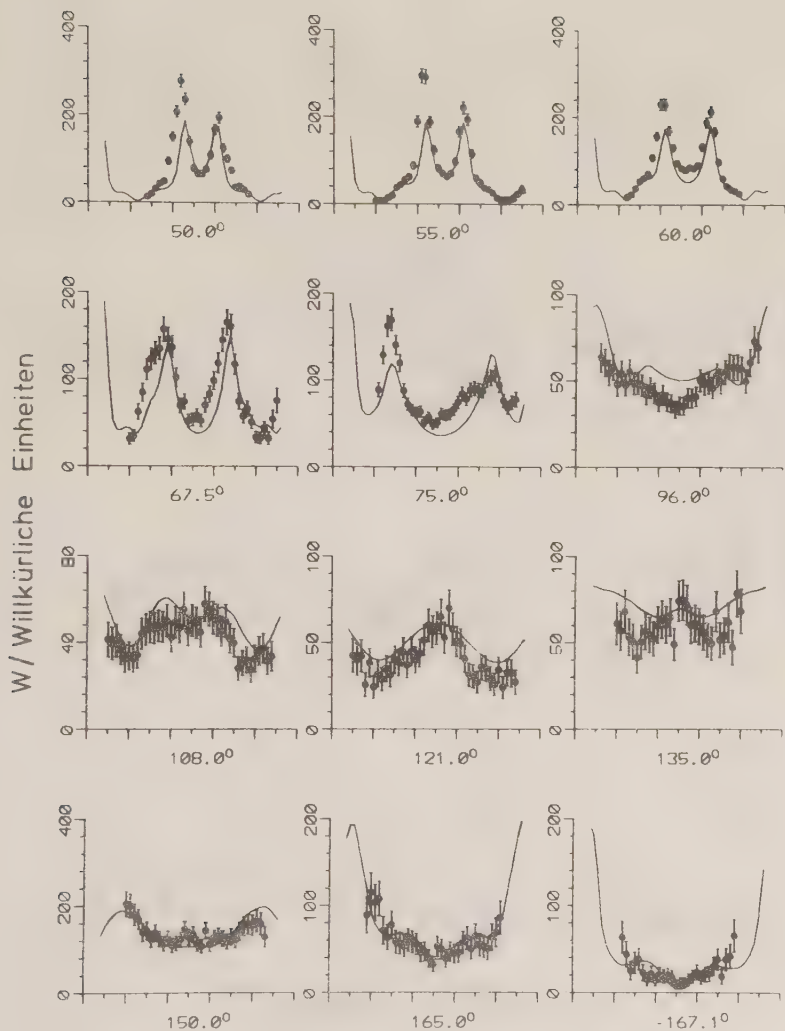
Fortsetzung von Fig. 4.5



Abszisse: Bogen - Kanal

Barker - Modell: $s^{(1)} = 4$, $\chi^{(1)} = 0$, $J^{\pi(1)} = 4^+$, $L_1^{(1)} = 2$, $L_2^{(1)} = 4$
 $s^{(2)} = 3$, $\chi^{(2)} = 1$, $J^{\pi(2)} = 2^-$, $L^{(2)} = 1$, $L^{(2)} = 3$

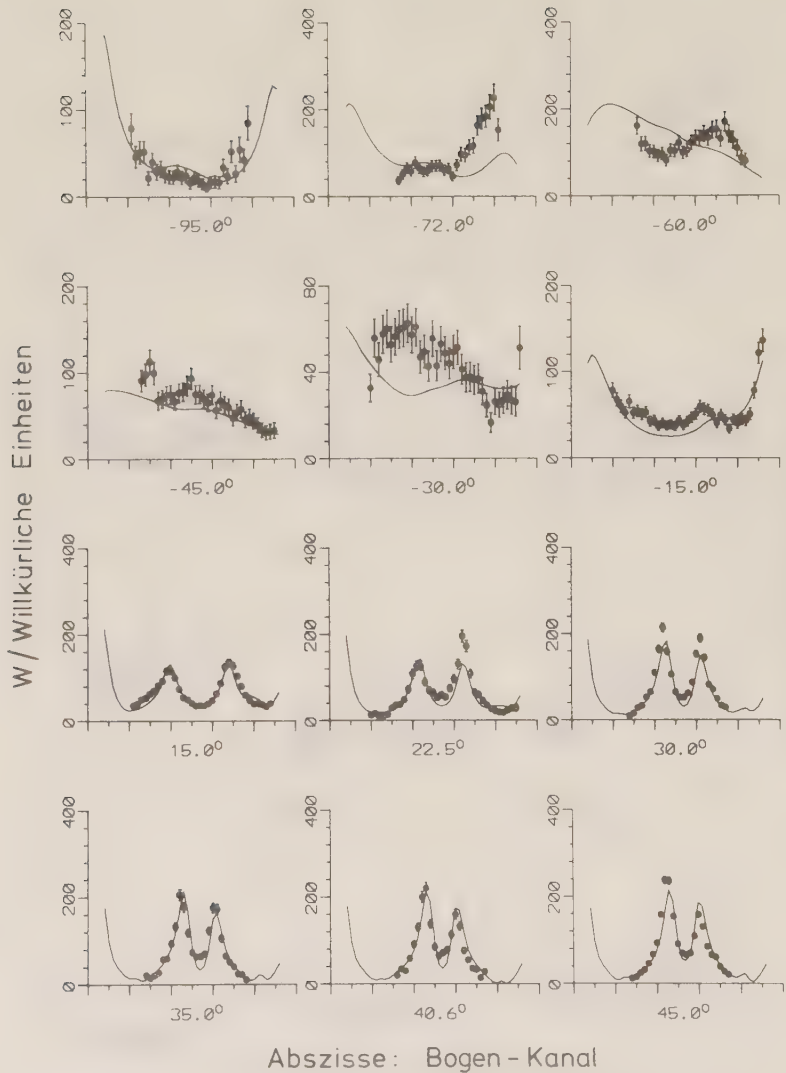
Fig. 4.6: Meßpunkte und nach dem Ziemńska-Barker-Modell berechnete Kurven für das Absolutquadrat der Übergangsamplitude. Die Anpassung enthält sechs freie Parameter. (Unterschiedliche Ordinatenmaßstäbe). θ_1 ist unter den Abszissen angegeben, $\theta_2 = 135^\circ$ (fest)



Abszisse: Bogen - Kanal

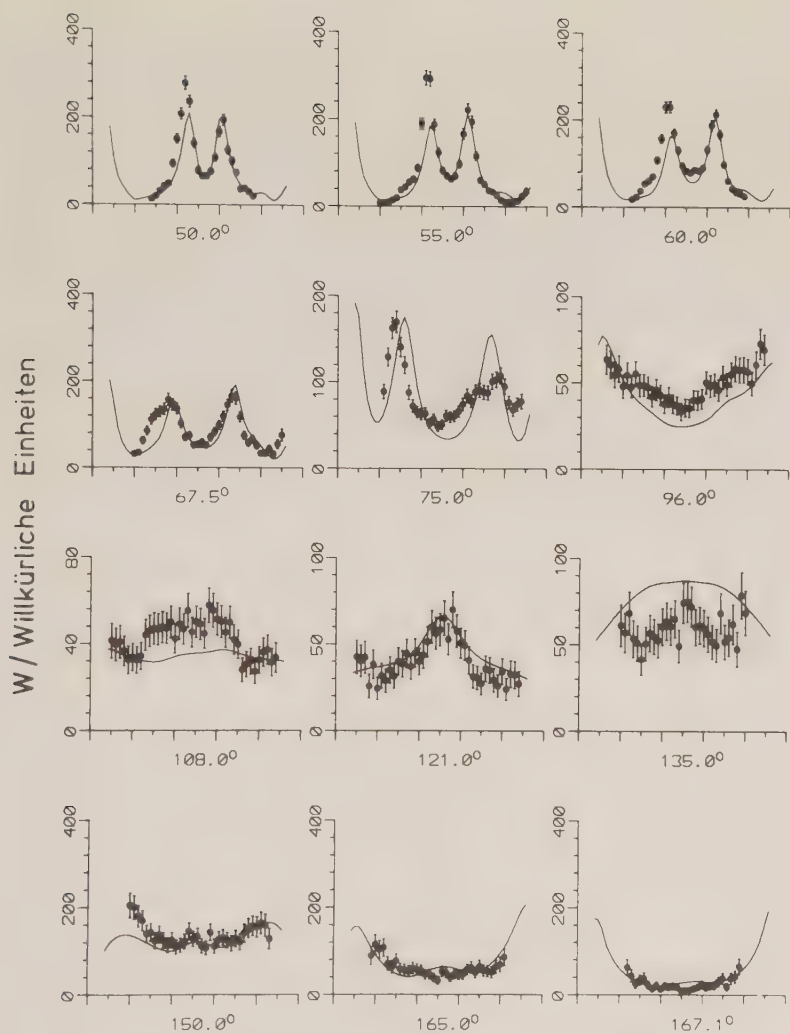
Barker - Modell: $s^{(1)} = 4$, $\lambda^{(1)} = 0$, $J^{\pi(1)} = 4^+$, $L_1^{(1)} = 2$, $L_2^{(1)} = 4$
 $s^{(2)} = 3$, $\lambda^{(2)} = 1$, $J^{\pi(2)} = 2^-$, $L_1^{(2)} = 1$, $L_2^{(2)} = 3$

Fortsetzung von Fig. 4.6



Schafer - Modell: $s^{(1)} = s^{(2)} = 4$, $\lambda^{(1)} = 0$, $J^{\pi(1)} = 4^+$, $L_1^{(1)} = 4$, $L_2^{(1)} = 2$
 $\lambda^{(2)} = 1$, $J^{\pi(2)} = 3^-$, $L_1^{(2)} = 1$, $L_2^{(2)} = 3$

Fig. 4.7: Meßpunkte und nach dem Schäfer-Modell berechnete Kurven für das Absolutquadrat der Übergangsamplitude. Die Anpassung enthält sieben freie Parameter. (Unterschiedliche Ordinatenmaßstäbe). θ_1 ist unter den Abszissen angegeben, $\theta_2 = 135^\circ$ (fest)



Abszisse: Bogen - Kanal

Schafer - Modell $s^{(1)} = s^{(2)} = 4$, $\lambda^{(1)} = 0$, $J^{\pi(1)} = 4^+$, $L_1^{(1)} = 4$, $L_2^{(1)} = 2$
 $\lambda^{(2)} = 1$, $J^{\pi(2)} = 3^-$, $L_1^{(2)} = 1$, $L_2^{(2)} = 3$

Fortsetzung von Fig. 4.7

Nach Abschluß dieser numerischen Berechnungen wurden die sieben freien Parameter für jede Modellrechnung durch Iteration bestimmt und hieraus χ^2/n_F berechnet. Bei dem Modell von Giorni war der beste erreichte Wert $\chi^2/n_F = 12,7$ für den Reaktionsablauf über die Drehimpulskombinationen Nr. 6 ($s=4$, $\lambda=0$, $J^\pi=4^+$, $L_1=2$, $L_2=4$) und Nr. 23 ($s=4$, $\lambda=1$, $J^\pi=3^-$, $L_1=3$, $L_2=3$). Bei dem Modell von Ziemińska-Barker war der beste Wert von $\chi^2/n_F = 8,4$ für gleichzeitigen Reaktionsablauf über die Drehimpulskombinationen Nr. 6 ($s=4$, $\lambda=0$, $J^\pi=4^+$, $L_1=2$, $L_2=0$) und Nr. 22 ($s=4$, $\lambda=1$, $J^\pi=3^-$, $L_1=1$, $L_2=5$). Da in beiden Fällen die besten erreichten Werte für χ^2/n_F schlechter sind als die in Tabelle 4.7 bzw. 4.8 angegebenen Werte, erübrigt sich eine weitere Betrachtung dieser Verteilungen. Bei dem Modell von Schäfer sind dagegen die besten erreichten Ergebnisse für χ^2/n_F etwas besser als bei der inkohärenten Überlagerung. Die Drehimpulskombinationen, die die kleinsten Werte für χ^2/n_F lieferten, sind in Tabelle 4.9 dargestellt. Fig.4.7 zeigt die angepaßten Ergebnisse der Modellrechnung, die jetzt den kleinsten Wert für χ^2/n_F ergibt, zusammen mit den Meßpunkten.

Zur Auswahl der Drehimpulskombinationen $s^{(1)} = s^{(2)}$, zu denen hier Verteilungen berechnet wurden, diente der Wert von χ_m^2/n_F , in dem nur acht der sechzehn Terme der kohärenten Summe enthalten sind. Deshalb kann man nicht ausschließen, daß es Drehimpulskombinationen gibt, für die man bessere Ergebnisse von χ^2/n_F erhält. In den Fällen, in denen die sechzehn Terme für alle Bogenkanäle berechnet wurden, kann man die Hypothese, die zur Auswahl der Drehimpulskombinationen diente, prüfen, indem man zum Vergleich auch den Wert von χ^2/n_F aus den acht Termen mit Gl.(4.4.3) berechnet. Die Ergebnisse unterschieden sich um etwa 10% bis 15%. Bei diesen Fällen ist also die Arbeitshypothese gerechtfertigt, daß die benutzten acht Terme die Form der berechneten Verteilung hauptsächlich bestimmen.

Man könnte versuchen, durch die Berücksichtigung von weiteren Werten der Drehimpulsparameter die Meßergebnisse noch besser zu beschreiben. Da dann die Anzahl der freien Parameter weiter wächst,

ist hierdurch eine Verbesserung der Fit-Ergebnisse zu erwarten. Ein Vergleich von Fig.4.4 mit Fig.4.6 zeigt, daß die Rechnungen nach Schäfer und nach Ziemińska-Barker trotz deutlicher Unterschiede in den Modellfunktionen (s.Fig.1.6) die experimentellen Ergebnisse unter der Annahme verschiedener Drehimpulse nahezu gleich gut beschreiben. Daraus kann man schließen, daß man bei der Berücksichtigung von weiteren Drehimpulskombinationen nicht nur diejenigen finden würde, die zum Reaktionsablauf beitragen, sondern diejenigen, die am besten geeignet sind, die Schwächen der theoretischen Modelle auszugleichen.

5. Diskussionen

5.1 Folgerungen aus dem Vergleich der Modellrechnungen mit den Meßwerten

Aus der Tatsache, daß alle drei Modelle die Struktur der gemessenen Verteilungen ungefähr richtig beschreiben, erhält man bereits Aufschluß über den Reaktionsmechanismus und über die am Ablauf der Reaktion beteiligten ^8Be -Zustände. Hierüber wird in diesem Abschnitt zuerst berichtet. Eine Aussage über die am Reaktionsablauf beteiligten ^{12}C -Niveaus stellt dagegen höhere Anforderungen an die modellmäßig richtige Beschreibung der Meßergebnisse. Deshalb wird vor der Diskussion dieser Frage der Vergleich der Modelle behandelt. Zur Absicherung der Folgerungen werden in diesem Kapitel auch aus den Einzelspektren gewonnene Ergebnisse mitbenutzt.

5.1.1 Reaktionsmechanismus

Im letzten Kapitel wurden die Meßpunkte und die Ergebnisse von Modellrechnungen in einer Reihe von Figuren dargestellt. In allen findet man, daß die wesentliche Struktur der Meßergebnisse in großen kinematischen Bereichen von allen Modellen zumindest qualitativ richtig wiedergegeben wird. Hieraus ist zu schließen, daß der theoretische Ansatz, der allen Modellen gemeinsam ist, den Reaktionsablauf richtig beschreibt. Der Ablauf der Reaktion erfolgt also in den Stufen:

1. Stufe: Aus $^{10}\text{B} + d$ wird der ^{12}C -Compoundkern gebildet.
2. Stufe: ^{12}C zerfällt in $^8\text{Be} + \alpha$.
3. Stufe: ^8Be zerfällt in zwei weitere α -Teilchen.

Damit erfolgt der Ablauf der Reaktion $^{10}\text{B}(d, 3\alpha)$ bei $E_d = 360 \text{ keV}$ in der gleichen Form wie die $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ -Reaktion bei kleinen Einschußenergien. Ebenso wie dort bei allen neueren Untersuchungen gibt es auch bei der hier untersuchten Reaktion keinen Hinweis auf einen "direkten Zerfall" in drei α -Teilchen.

5.1.2 Am Reaktionsablauf beteiligte ^8Be -Zustände

Schon aus dem Einzelspektrum in Fig.1.2 erkennt man, daß der Grund- und der erste angeregte Zustand von ^8Be für den Reaktionsablauf von Bedeutung sind. Das Maximum einer α_2 -Linie müßte nach der Kinematik in diesem Spektrum zwischen der $^{11}\text{B}(\text{d}, \alpha_2)^9\text{Be}$ und der p_3 -Linie liegen. Wegen der großen Breite ($\Gamma = 3,5 \text{ MeV}$) des zweiten angeregten ^8Be -Zustandes ist an dieser Stelle nicht einmal eine Andeutung einer Linie über dem α -Kontinuum zu erkennen. Da die Breite der nächst höheren Zustände nur etwa 100 keV beträgt, müßten zu einem Zerfall über diese Zustände entsprechende Linien im Einzelspektrum auftreten. Schon die α -Teilchen aus dem Zerfall über den dritten angeregten Zustand des ^8Be bei 16,6 MeV haben allerdings - je nach Winkelstellung - nur eine Energie zwischen 1,3 und 0,7 MeV und werden daher in der Bremsfolie gestoppt. In den ohne Bremsfolie gemessenen Spektren müßten dagegen α_3 - und α_4 -Linien sichtbar sein, wenn der Zerfall des ^{12}C über die Niveaus $^8\text{Be}^*$ (16,63 MeV) und $^8\text{Be}^*$ (16,91 MeV) mit merklicher Wahrscheinlichkeit auftreten würde. In keinem der gemessenen Einzelspektren konnte hierfür eine Andeutung gefunden werden.

Bei Betrachtung der Wirkungsquerschnitte (Fig.3.8) aus den Koinzidenzmessungen findet man deutliche Strukturen durch α_0 - und α_1 -Zerfall. Schwach ausgeprägte Überhöhungen der Wirkungsquerschnitte in den entsprechenden kinematischen Gebieten geben erste Hinweise auf eine Beteiligung des α_2 -Zerfalls. Anhand der Modellrechnungen konnte bestätigt werden, daß auch der zweite angeregte Zustand im Ablauf der untersuchten Reaktion angeregt wird. Dies erkennt man einerseits daran, daß die in den Figuren 4.2 und 4.3 gezeigten Modellergebnisse den Verlauf der Meßpunkte in dem entsprechenden kinematischen Gebiet deutlich besser wiedergeben als die in der Fig.4.1 gezeigten. Vor allem wird die Beteiligung des α_2 -Zerfalls dadurch bestätigt, daß sich die Werte von χ^2/n_F deutlich verbessern, wenn man neben dem ersten angeregten auch den zweiten angeregten Zustand des ^8Be in der Modellrechnung berücksichtigt (Vergleich der Tabellen 4.4 und 4.5 mit der Tabelle 4.3).

Hier könnte man einwenden, daß die Verbesserung allein durch die beiden zusätzlichen freien Parameter zu erklären ist. Deshalb wurden zur Kontrolle einige theoretische Rechnungen nach dem Schäfer-Modell durchgeführt, in denen anstelle des zweiten angeregten Zustandes der dritte bzw. vierte angeregte Zustand des ^8Be neben dem ersten angeregten berücksichtigt wurde. Die Kontrollrechnungen wurden mit den Drehimpulskombinationen Nr. 1 bis Nr. 6 und mit der Kombination Nr. 22 durchgeführt. (Die Numerierung folgt den Tabellen 4.3. und 4.4). Nach Anpassung der Parameter war der Wert von χ^2/n_F gegenüber der Modellrechnung, in der der erste angeregte Zustand allein berücksichtigt wurde, höchstens um 2% besser. Damit ist zum einen gezeigt, daß die erhebliche Verbesserung der Werte von χ^2/n_F beim Übergang von den Voraussetzungen des Abschnittes 4.2 zu denen des Abschnittes 4.3 nicht durch das Auftreten zusätzlicher Parameter erklärt werden kann, zum anderen ist gezeigt, daß ein möglicher Beitrag der Zustände $^8\text{Be}^*$ (16.6 MeV) und $^8\text{Be}^*$ (16,9 MeV) zumindestens sehr klein ist.

Die Reaktion $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ bei $E_d = 360$ keV läuft also (im wesentlichen nur) über

den 0^+	Grundzustand
den 2^+	Zustand bei 2,94 MeV Anregungsenergie
und den 4^+	Zustand bei 11,4 MeV Anregungsenergie

im ^8Be ab.

5.1.3 Diskussion der Modelle

Zwar beschreiben alle drei Modelle die wesentliche Struktur der gemessenen Verteilungen richtig, jedoch ist das Maß der Übereinstimmung bei den einzelnen Modellen unterschiedlich.

Zunächst fällt auf, daß das Modell von Giorni immer die schlechteste Anpassung liefert, wenn man die jeweils besten Anpassungen bei gleicher Anzahl von Parametern betrachtet. Dies wird auch aus dem Vergleich von der Fig.4.5, in der die in dieser Arbeit beste erreichte Anpassung mit dem Giorni-Modell gezeigt ist,

mit den Figuren 4.4 und 4.6 deutlich. Ein visueller Vergleich bei Modellrechnungen mit weniger Parametern würde diese Unterschiede erheblich deutlicher machen, hätte aber nicht die gleiche Aussagekraft wie ein Vergleich an diesem besten Ergebnis. In Fig.1.6 wurde gezeigt, daß Giorni aus seinem Modell eine Endzustandswechselwirkungs-Funktion erhält, die sich deutlich von den anderen Modellfunktionen unterscheidet. Da die übrigen Unterschiede zwischen dem Giorni-Modell und den anderen Modellen vergleichsweise gering sind, beschreibt diese Modellfunktion den Reaktionsablauf nicht richtig. Diese Folgerung wird durch die Betrachtung der Fig.2 aus der Arbeit von Giorni (Gi70), in der er eine Anpassung von Meßergebnissen mit $1 + a_{\lambda\gamma} = 0$ (siehe Gl.1.5.27 und 1.5.28) zeigt, gestützt: Die dort gezeigten Ergebnisse widersprechen geradezu den dargestellten Meßergebnissen. Giorni erreichte hier durch die Anpassung der komplexen Größe $1 + a_{\lambda\gamma}$ eine befriedigende Übereinstimmung. Wollte man in der vorliegenden Arbeit bei dem Giorni-Modell von der Voraussetzung $1 + a_{\lambda\gamma} = 0$ abgehen, so wäre für den Zerfall über den ersten und über den zweiten angeregten ^8Be -Zustand eine komplexe Zahl anzufitten. Durch diese vier zusätzlichen (reellen) Parameter würden zwar die Fitergebnisse mit Sicherheit verbessert, die Ergebnisse wären aber wegen der unzureichenden Begründung dieser Parameter (siehe Abschnitt 1.5.2) fragwürdig und mit Ergebnissen der anderen Modellrechnungen, die ohne solche Zusatzparameter auskommen, nicht vergleichbar.

Die besten Ergebnisse für χ^2/n_F befanden sich, unabhängig von der Anzahl der Parameter, immer unter den Anpassungen nach dem Schäfer-Modell. Die Unterschiede zu den besten Ergebnissen, die mit dem Ziemińska-Barker-Modell erhalten wurden, sind allerdings im Abschnitt 4.4 nur noch gering. Dies ist dadurch zu erklären, daß sich die Endzustandswechselwirkung-Funktionen nach Schäfer und nach Ziemińska-Barker nicht so stark voneinander unterscheiden, wie die Modellfunktion von Giorni von den übrigen Modellfunktionen abweicht. Deshalb können diese Unterschiede in Abschnitt 4.4 durch die Anzahl der freien Parameter und durch entsprechende Drehfunktionen weitgehend ausgeglichen werden. Der einfache Breit-Wigner-Ansatz von Schäfer scheint die physikali-

sche Situation jedoch besser zu beschreiben. Hierfür sprechen hauptsächlich die besseren Anpassungen, die hier mit seinem Modell erreicht wurden. Zum anderen gibt der Knick in der Modellfunktion von Ziemińska-Barker Anlaß dazu, die Aussagekraft dieses Modells zu bezweifeln, wenn höhere Relativenergien als etwa 8 MeV auftreten, wie dies bei der hier untersuchten Reaktion der Fall ist.

Würde eine der Modellrechnungen im Rahmen der experimentellen Genauigkeit die Meßergebnisse richtig beschreiben, so läge der Wert χ^2/n_F etwa bei 1. Ein solcher Idealfall ist bei den Vernachlässigungen, die bei der Ableitung der Modelle eingeführt wurden (siehe Abschnitt 1.5), nicht zu erwarten. Daß die Modelle nicht alle Einzelheiten der gemessenen Verteilungen richtig beschreiben, zeigt sich deutlich in den besten erreichten Anpassungen (Figuren 4.4 und 4.7).

5.1.4 Am Reaktionsablauf beteiligte ^{12}C -Zustände

Eine Aussage über die am Reaktionsablauf beteiligten ^{12}C -Zustände wäre trotz der Ungenauigkeit der Modelle einfach, wenn alle unterschiedlichen Modellrechnungen die beste Übereinstimmung bei derselben Drehimpulskombination liefern würden. Da alle Modelle - bis auf die unterschiedliche L-Abhängigkeit der Größen B - die gleiche Abhängigkeit von den Drehimpulswerten enthalten, wäre hierdurch sichergestellt, daß die Näherungen in den dynamischen Ansätzen gegenüber der Abhängigkeit von den Drehimpulswerten vernachlässigbar klein sind. Ein solcher Idealfall liegt hier leider nicht vor. Die Betrachtung aller Ergebnisse des vierten Kapitels gibt jedoch deutliche Hinweise darauf, daß ein 3^- - und ein 4^+ - ^{12}C -Compoundzustand maßgeblich am Reaktionsablauf beteiligt sind:

1. Die in Fig.4.1 gezeigte Anpassung nach dem Schäfer-Modell, die nur einen freien Parameter enthält, beschreibt den Verlauf

der Meßpunkte bereits erstaunlich gut. Diese Anpassung erfolgte unter der Annahme $J^\pi = 3^-$. Bei keiner Drehimpulskombination mit einem anderen J^π läßt sich eine vergleichbar gute Anpassung erzielen.

2. Die fünf Drehimpulskombinationen, die bei der Annahme eines Zerfalls nur über einen ^{12}C -Compoundzustand, der über den $^8\text{Be}-2^+$ - und den $^8\text{Be}-4^+$ -Zustand zerfällt, die besten Werte für χ^2/n_F ergeben, sind in den Tabellen 4.5 gezeigt. Sowohl beim Schäfer-Modell wie beim Ziemińska-Barker-Modell findet man hier nur ^{12}C -Zustände 3^- und 4^+ . Beim Giorni-Modell ist hier der 4^+ -Zustand zweimal vertreten, der 3^- -Zustand einmal. (Ein Zerfall über einen 5^- -Zustand, der hier bei dem Giorni-Modell das beste Ergebnis liefert, zeigt bei keinem der anderen Modelle einen besonders guten Wert für χ^2/n_F).

Die in den Figuren 4.2 und 4.3 gezeigten Verteilungen nach dem Schäfer-Modell zeigen, daß die unter der Annahme eines 4^+ -Compoundzustandes berechnete Verteilung manche kinematischen Bereiche besser wiedergibt als die Verteilung mit $J^\pi = 3^-$, obwohl diese einen besseren Wert von χ^2/n_F ergibt. Das gleiche Verhalten ist in den Anpassungen nach dem Barker-Modell zu finden. (Aus Platzgründen nicht in Figuren dargestellt).

3. Unter den insgesamt 19 Drehimpulskombinationen der Tabellen 4.6 bis 4.9 tritt zwölfmal ein 3^- - und elfmal ein 4^+ -Zustand auf.
4. Die beste in dieser Arbeit erreichte Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment wurde bei der Annahme eines Reaktionsablaufes über diese Zustände erhalten. (Tabelle 4.9)
5. Die Kombination 3^- mit 4^+ ist die einzige Kombination, die im Abschnitt 4.4 bei Rechnung nach verschiedenen Modellen zu den fünf besten Ergebnissen gehört. Man findet sie in Tabelle 4.6 (inkohärente Überlagerung mit dem Schäfer-Modell) einmal, in Tabelle 4.7 (inkohärente Überlagerung nach dem Giorni-Modell) dreimal und in Tabelle 4.9 (kohärente Überlagerung nach dem Schäfer-Modell) dreimal.

Daneben gibt es zwei weitere unabhängige Argumente, die für den Reaktionsablauf über Niveaus mit diesen Spins und Paritäten sprechen:

1. Da beide Niveaus natürliche Parität und verschiedene Paritäten besitzen, widerspricht dieser Reaktionsablauf auch der gemessenen α_0 -Winkelverteilung (siehe Anhang A.2) nicht.
2. Aus einem Supermultiplett-Schema zeigten Hackenbroich und Seligman, daß der Ablauf der Reaktion $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ bevorzugt über ein 4^+ -Niveau im ^{12}C erfolgen sollte.

Keines der einzelnen Argumente wäre für sich genommen ausreichend, um eine Aussage über die am Reaktionsablauf beteiligten ^{12}C -Zustände zu treffen. Es ist einmal die Anzahl der Hinweise, die für einen Reaktionsablauf über einen 3^- - und einen 4^+ -Zustand spricht und zum anderen die Tatsache, daß diese Hinweise zum Teil aus verschiedenen Modellrechnungen erhalten wurden. Gerade diese Tatsache spricht besonders für einen Reaktionsablauf über diese Zustände, denn sie zeigt, daß dieses Ergebnis nicht durch eine der speziellen Näherungen für die Reaktionsdynamik, sondern durch die in den Winkelfunktionen enthaltene Abhängigkeit von den Spins der Compoundniveaus zustandekommt.

Damit ist nachgewiesen, daß ein 3^- - und ein 4^+ -Niveau im ^{12}C maßgeblich am Reaktionsablauf beteiligt sind. Über die genaue Anregungsenergie und die Breite dieser Zustände können die vorliegenden Untersuchungen keine Anhaltspunkte geben, da diese Größen in den Modellrechnungen nicht enthalten sind.

5.2 Vergleich mit den Ergebnissen von Assimakopoulos und Gangas

Assimakopoulos und Gangas haben die Reaktion $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ durch Beschuß eines $100\text{ }\mu\text{g}/\text{cm}^2$ dicken ^{10}B -Targets mit 400 keV Deuteronen untersucht (As68). Diese Bedingungen sind mit den entsprechenden experimentellen Gegebenheiten der vorliegenden Arbeit praktisch identisch. Die Autoren führten sieben Koinzidenzmessungen in

koplanarer Geometrie aus, wobei sie einen der Detektoren unter $\theta = -90^\circ$ festhielten, während der zweite Detektor von $\theta = 60^\circ$ bis $\theta = 100^\circ$ bewegt wurde.

Trotz der sehr ähnlichen experimentellen Bedingungen kommen die Autoren anhand ihrer Datenanalyse zu Ergebnissen, die von denen der vorliegenden Arbeit erheblich abweichen: Sie schließen, daß die Reaktion im wesentlichen nur über einen 2^{+12}C -Compoundzustand abläuft und daß der Zerfall nur über den Grund- und ersten angeregten Zustand des ^8Be , aber nicht über den zweiten angeregten Zustand erfolgt.

Den Schluß, daß der zweite angeregte Zustand des ^8Be nicht zum Reaktionsablauf beiträgt, begründen die Autoren damit, daß sie in ihren gemessenen Spektren keinen Beitrag dieses Zustandes gefunden haben. Da die Autoren die Reaktion nur unter solchen Detektorwinkeln untersuchten, bei denen der Zerfall über den Grund- und ersten angeregten Zustand die wesentliche Struktur der Dreiteilchenwirkungsquerschnitte bestimmt, ist es zwar richtig, daß ihre Messungen keine Anhaltspunkte für einen α_2 -Zerfall ergeben. Wie die vorliegende Arbeit gezeigt hat, findet man aber Beiträge des α_2 -Zerfalls wegen der erheblichen Breite des 4^{+8}Be -Zustandes nur in den Bereichen, in denen weder der α_0 - noch der α_1 -Zerfall zum Wirkungsquerschnitt beiträgt.

Zur Beurteilung des Ergebnisses, der Reaktionsablauf sei im wesentlichen durch einen 2^{+} -Zustand im ^{12}C bestimmt, muß man sich mit dem von den Autoren zugrundegelegten theoretischen Modell befassen. Dabei fällt folgendes auf:

1. Die Partialwellenzerlegung stimmt nicht mit der richtigen von Schäfer (Sch70), Giorni (Gi70) und Ziemińska et al (Zi75) überein.
2. Die Übergangsamplitude wird zwar symmetrisiert, jedoch werden alle Kreuzterme vernachlässigt.
3. Zur Beschreibung der Reaktionsamplitude wird - wie von Schäfer - ein Breit-Wigner-Ansatz benutzt. Für die Breite wird angesetzt:

$$\Gamma^2 = \Gamma_{8\text{Be}}^2 + W^2$$

Dabei ist $\Gamma_{8\text{Be}}$ die Breite des ^8Be -Zustandes und W die Energieauflösung des Experimentes. Da die Reaktionsamplitude mit Sicherheit nicht von der experimentellen Auflösung abhängt, müßte ein solches Vorgehen zumindestens begründet werden.

4. Die Autoren symmetrisieren den Phasenraumfaktor. Auch hierfür geben sie keine Begründung.

Anhand des Modells mit den gerade beschriebenen Mängeln berechneten Assimakopoulos et al insgesamt fünf theoretische Verteilungen für die fünf ^{12}C -Compound-Zustände mit $J^\pi = 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, 5^-$. Daraus, daß die Fehler der Anpassung bei den vier anderen Fällen mindestens um einen Faktor zwei größer waren, schlossen sie, daß die Reaktion hauptsächlich über einen 2^+ -Zustand im ^{12}C abläuft. Einen Wert für χ^2/n_F geben die Autoren nicht an, jedoch zeigen sie in einer Figur ihre beste Anpassung. Es ist nicht verwunderlich, daß die Anpassung von Assimakopoulos et al die Form der gemessenen Verteilung nach dem visuellen Eindruck schlechter wiedergibt, als die Anpassung aus der Fig.4.1 der vorliegenden Arbeit, die nur einen freien Parameter enthält. Dabei ist noch zu beachten, daß in der Arbeit (As68) viel weniger Meßpunkte angepaßt wurden und die Anpassung mehr freie Parameter enthält.

Die Ergebnisse von Assimakopoulos et al sind wegen der Mängel in der theoretischen Beschreibung und nach den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit nicht aufrechtzuerhalten.

5.3 Zusammenstellung der Ergebnisse und Ausblick

1. Alle drei Modelle geben die gemessenen Verteilungen qualitativ richtig wieder. Von den betrachteten Modellen ist das Modell von Schäfer (Sch70) zur Beschreibung am besten geeignet. Das Modell von Giorni (Gi70) kann die gemessenen Verteilungen möglicherweise bei Verwendung von zusätzlichen Parametern

ebenfalls gut beschreiben, liefert aber in der hier benutzten Form die schlechteste Anpassung der Meßergebnisse. Die Anwendung des dritten Modells von Ziemińska-Barker (Zi75) ergibt etwas schlechtere Anpassungen der Meßergebnisse als die Anwendung des Schäfer-Modells, und die Betrachtung der benutzten Modell-Funktion gibt Anlaß dazu, an der Gültigkeit des Modells zu zweifeln.

- 2: Die Reaktion $^{10}\text{B}(d,3\alpha)$ bei $E_d = 360$ keV läuft als Stufenprozeß, in der Form



über den Grundzustand und den ersten und zweiten angeregten Zustand des ^8Be ab.

3. Am Reaktionsablauf ist ein 3^- - und 4^+ -Zustand in ^{12}C -Compoundkern maßgeblich beteiligt.

Weitere Aussagen über die zur Reaktion beitragenden Drehimpuls-werte, insbesondere über die Werte von L_1 und L_2 , sind aufgrund der Vernachlässigungen, die die Modelle enthalten, nicht möglich. Auch kann man die Beteiligung von weiteren ^{12}C -Zuständen am Reaktionsablauf keineswegs ausschließen. Hier ist es zunächst Aufgabe einer Theorie, bessere Modelle für den Stufenzerfall zu entwickeln. In dieser Arbeit hat sich gezeigt, daß das Modell von Schäfer die gemessenen Verteilungen noch am besten beschreibt. In der Ableitung seines Modells werden alle Anteile der Übergangsamplitude, die keinen Pol enthalten, vernachlässigt. Aufgrund der Fortschritte, die seither in der theoretischen Behandlung des quantenmechanischen Dreikörperproblems erzielt wurden, sollte eine Verbesserung dieses Modells möglich sein.

Doch auch für den Experimentalphysiker ergeben sich aus den Untersuchungen der vorliegenden Arbeit weitere Aufgaben. In dieser Arbeit hat es sich als nützlich erwiesen, die unterschiedlichen Modellrechnungen auf die Meßresultate anzuwenden, da sonst eine Aussage über die am Reaktionsablauf beteiligten ^{12}C -Niveaus kaum möglich gewesen wäre. Ein direkter Vergleich der Modelle ist

jedoch einfacher durchzuführen, wenn der Reaktionsablauf von vornherein bekannt ist. Hier würde es sich anbieten, die isolierten Resonanzen der Reaktion $^{11}\text{B}(p,3\alpha)$ bei $E_p = 163$ keV und 675 keV erneut zu untersuchen und dann den Vergleich zwischen Theorie und Experiment nicht nur qualitativ durchzuführen, sondern die theoretischen Modelle in der hier beschriebenen Weise genauer zu testen. In den Vergleich zwischen theoretischer Rechnung und experimentellen Ergebnissen gehen erheblich weniger freie Parameter als bei der in der vorliegenden Arbeit untersuchten Reaktion ein. Denn es muß nur ein bekannter Compoundzustand im ^{12}C und nur der erste angeregte Zustand des ^8Be in der Modellrechnung berücksichtigt werden.

Anhang

A.1 Abschätzung der Niveaudichte des ^{12}C -Kerns bei einer Anregungsenergie von 25,5 MeV nach einem Fermi-Gas Modell

Die Abschätzung der Niveaudichte erfolgt mit Hilfe eines Fermi-Gas Modells. Die Anwendung statistischer Modelle auf einen so leichten Kern wie ^{12}C ist allerdings problematisch. Wie weiter unten gezeigt wird, ist die Übereinstimmung des Modells mit experimentellen Werten bei kleiner Anregungsenergie befriedigend.

Die Dichte ρ der Niveaus mit dem Spin J und einer Parität π bei der Anregungsenergie U ist (Hu69, Ri74):

$$(A.1.1) \quad \rho(U, J, \pi) = \frac{\hbar^3 \cdot (2J+1) \cdot \sqrt{a}}{48 \cdot \sqrt{2} \cdot \Theta^{3/2} \cdot (U+t-\Delta)^2} \cdot e^{2 \cdot \sqrt{a} \cdot (U-\Delta) - \frac{J(J+1)}{\sigma^2}}$$

Für den Niveaudichteparameter a gilt (Ri74):

$$(A.1.2) \quad \frac{A}{13,5} \text{ MeV}^{-1} \leq a \leq \frac{A}{8,7} \text{ MeV}^{-1} \quad \text{für} \quad 1,2 \text{ fm} \leq r_0 \leq 1,5 \text{ fm}$$

und für das Trägheitsmoment Θ :

$$(A.1.3) \quad \frac{\Theta}{\hbar^2} \cong 0,0137 \cdot A^{5/3}$$

Die thermodynamische Temperatur t ist definiert durch

$$(A.1.4) \quad U - \Delta = a \cdot t^2 - t$$

und der Spin-cut-off-Parameter durch:

$$(A.1.5) \quad \sigma^2 = \frac{\Theta}{\hbar^2} \cdot t$$

Die Energieverschiebung Δ wurde ursprünglich eingeführt, um den Unterschied zwischen der Grundzustandsenergie eines Kernes mit Paarkraft und der Grundzustandsenergie eines Fermi-Gases mit Teilchen ohne Wechselwirkung zu korrigieren. In diesem Falle spricht man von dem "Independent-Particle Fermi-Gas Model" (Ri74) und setzt $\Delta = 0$ für uu-Kerne, $\Delta = \delta$ für ug- und gu-Kerne und $\Delta = 2 \cdot \delta$ für

gg-Kerne (δ = Paarungsenergie). Da das Modell in dieser Form die experimentellen Werte für die Niveaudichten nicht richtig wiedergibt, verschiebt man die Energieskala des Germa-Gases um maximal $2 \cdot \delta$ und spricht dann vom "Back-shifted Fermi-Gas Model". In diesem Falle ist $\Delta = 0$ für gg-Kerne und in den anderen Fällen entsprechend negativ (Hu69). Das Back-shifted Fermi-Gas Model beschreibt die experimentellen Ergebnisse für die Niveaudichten bei mittelschweren Kernen hinreichend gut.

Zur Anwendung des Modells sind allerdings Annahmen über die Größe des Niveaudichteparameters a erforderlich. Huizenga et al (Hu69) konnten die Meßergebnisse an Kernen mit Massenzahlen A in der Nähe von 60 mit dem Ansatz

$$(A.1.6) \quad \frac{A}{10,8 \text{ MeV}} > a \geq \frac{A}{11,4 \text{ MeV}}$$

gut wiedergeben. Da r_0 bei leichten Kernen größer ist als bei mittelschweren Kernen, ist nach Gl. (A.1.2) für ^{12}C ein größerer Wert für a zu erwarten, als nach (A.1.6). Deshalb wurde die Niveaudichte in ^{12}C durch Einsetzen von (A.1.3 bis A.1.5) in (A.1.1) mit $a = A/(9,4 \text{ MeV})$ und $a = A/(8,7 \text{ MeV})$ zunächst für $U = 18,5 \text{ MeV}$ ausgerechnet. Bei dieser Anregungsenergie gibt es nach (Aj75) fünf bis sieben Niveaus pro MeV. (In Aj75 werden zwischen 18 und 19 MeV fünf Niveaus als sicher angenommen, zwei weitere sind in Klammern angegeben). Die Rechnung liefert:

$$5,35/\text{MeV} \leq \sum_{J, \pi} \rho(18,5 \text{ MeV}, J, \pi) \leq 7,97/\text{MeV} \quad \text{für} \quad \frac{A}{9,4 \text{ MeV}} \leq a \leq \frac{A}{8,7 \text{ MeV}}$$

Beide Ergebnisse stimmen im Rahmen der Genauigkeit des statistischen Modells mit der experimentellen Zustandsdichte überein. Für $U = 25,488 \text{ MeV}$ erhält man die in Tabelle A.1 zusammengestellten Werte für ρ und:

$$18,5/\text{MeV} \leq \sum_{J, \pi} \rho(25,488 \text{ MeV}, J, \pi) \leq 29,4/\text{MeV} \quad \text{für} \quad \frac{A}{9,4} \leq a \leq \frac{A}{8,7} \text{ MeV}^{-1}$$

Die mittlere Breite der Niveaus in der Umgebung dieser Anregungsenergie liegt nach (Aj75) bei etwa 300 keV. Dies Ergebnis ist

$\rho(25,488 \text{ MeV}, J, \pi) / \text{MeV}^{-1}$		
für		
$a = \frac{12}{9,4 \text{ MeV}}$		$a = \frac{12}{8,7 \text{ MeV}}$
0	2,03	3,36
1	3,79	6,13
2	2,44	3,79
3	0,82	1,20
4	0,16	0,21
5	0,02	0,02
6	0,001	0,001

in Übereinstimmung mit den Werten aus der graphischen Darstellung der mittleren Niveaubreiten von (Ri74).

Tabelle A.1: Zustandsdichte in ^{12}C

A.2 Winkelverteilung der Reaktion $^{10}\text{B}(d, \alpha_0)^8\text{Be}$

Aus den parallel zu den Koinzidenzspektren gemessenen Einzelspektren wurde die α_0 -Winkelverteilung bestimmt. Die Anpassung mit Legendre-Polynomen

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sum_{v=0}^N a_v P_v(\cos\theta)$$

liefert für $N=4$ den besten Wert für $\chi^2/n_F = 0,92$. Die erhaltenen Koeffizienten sind (a_0 normiert auf 1):

$$a_1 = -0,0224 \pm 0,0035$$

$$a_2 = 0,0632 \pm 0,0046$$

$$a_3 = -0,0353 \pm 0,0047$$

$$a_4 = -0,0258 \pm 0,0058$$

In Fig. A.1 sind die Meßpunkte zusammen mit der Legendre-Polynom-Anpassung gezeigt. Die Winkelverteilung ist fast isotrop, aber deutlich nicht symmetrisch zu 90° , wie man auch an dem Auftreten der Entwicklungskoeffizienten a_1 und a_3 erkennen kann. Hieraus folgt, daß mindestens zwei Niveaus im ^{12}C -Compoundkern mit unterschiedlicher Parität zum Wirkungsquerschnitt von $^{10}\text{B}(d, \alpha_0)^8\text{Be}$ beitragen (siehe z.B. Bi60). Aus der Drehimpuls- und Paritäts-erhaltung folgt, daß der α_0 -Zerfall nur über ^{12}C -Zustände mit natürlicher Parität erfolgen kann.

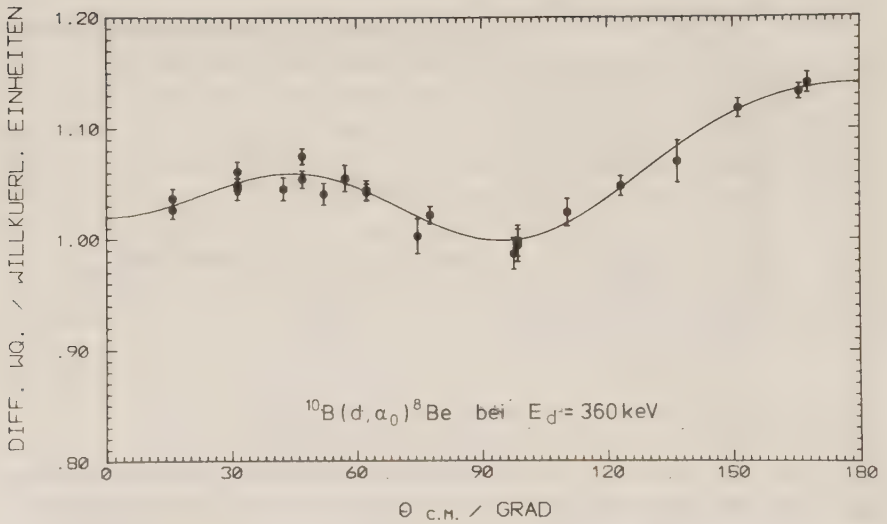


Fig. A.1: Winkelverteilung der α -Teilchen (Ordinaten-Nullpunkt unterdrückt)

Quellenverzeichnis

- Af69 S.A. Afzal, A.A.Z. Ahmad, S. Ali,
Rev.Mod.Phys. 41 (1969) 247
- Aj68 F. Ajzenberg-Selove and T. Lauritsen,
Nucl.Phys. A114 (1968) 1
- Aj74 F. Ajzenberg-Selove and T. Lauritsen,
Nucl.Phys. A227 (1974) 1
- Aj75 F. Ajzenberg-Selove, Nucl.Phys. A248 (1975) 1
- Am67 R.D. Amado, Phys.Rev. 158 (1967) 1414
- As67 P.A. Assimakopoulos and N.H. Gangas,
Nucl.Instr. & Meth. 47(1967)260
- As68 P.A. Assimakopoulos and N.H. Gangas,
Nucl.Phys. A108 (1968) 497
- Ba62 F.C. Barker and P.B. Treacy, Nucl.Phys. 38 (1962) 33
- Ba74 A.R. Barnett, D.H. Feng, J.W. Steed and L.J.B. Goldfarb,
Computer Phys.Comm. 8 (1974) 377
- Be64 E.H. Berkowitz, Nucl.Phys. 60 (1964) 555
- Be67 J. Benn and G. Scharf, Helvetica Physica Acta 40 (1967) 271
- Be69 P.R. Bevington, Data Reduction and Error Analysis for the
Physical Sciences (McGraw-Hill, New York 1969)
- Bi60 L.C. Biedenharn, in Nuclear Spectroscopy ed. F. Ajzenberg-
Selove (Academic Press, New York 1960), Part B, 736
- Bl52 J.M. Blatt and V. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics
(John Wiley & Sons, New York, 1952)
- Bu54 W.H. Burke, J.R. Risser and G.C. Philipps,
Phys.Rev. 93 (1954) 188
- Ca67 J.F. Cavaignac, Thèse, Grenoble (1967)
- De62 D. Dehnhard, D. Kamke und P. Kramer,
Phys.Lett. 3 (1962) 52
- De64 D. Dehnhard, D. Kamke und P. Kramer,
Ann.Phys. 14 (1964) 201
- De65 D. Dehnhard, Rev.Mod.Phys. 37 (1965) 450
- Ei73 H. Eichner, in Jahresbericht 1970/71 Institut für
Kernphysik Köln, Bundesministerium für Forschung und
Technologie BMFT-FBK 73-O2 (1973) 107
- Fi74 H. Fischer und S. Haun, in Jahresbericht 73/74 des
Dynamitron-Tandem-Laboratoriums (Bochum 1974),
p. 142 (unveröffentlicht)
- Gi70 A. Giorni, Nucl.Phys. A144 (1970) 146
- Go64 M.L. Goldberger and K.M. Watson, Collision Theorie
(John Wiley & Sons, New York, 1964)

- Go70 G. Goulard, Can.J.Phys. 48 (1970) 417
- Ha66 G. Hanke und D. Kamke, Zeitschr.Phys. 190(1966)468
- Ha72 H.H. Hackenbroich and T.H. Seligman,
Phys.Lett. 41B (1972) 102
- Ha73 S. Haun and D. Kamke, Ann.Phys. (7) 29 (1973) 263
- Ha74 G. Hanke, B. Huber, K. Krämer, J. Krug und B. Niesler,
in Jahresbericht 73/74 des Dynamitron-Tandem-
Laboratoriums (Bochum 1974), p. 43 (unveröffentlicht)
- Hu69 J.R. Huizenga, H.K. Vonach, A.A. Katsanos, A.J. Gorski
and C.J. Stephan, Phys.Rev. 182 (1969) 1149
- Hu72 J. Hudomalj, B. Antolković, K. Schäfer and V. Valković,
Nucl.Phys. A186 (1972) 200
- Ja73 C. Jacquot, Y. Sakamoto, M. Jung and L. Giradin,
Nucl.Phys. A201 (1973) 247
- Ka67 D. Kamke und J. Krug, Zeitschr.Phys. 201 (1967) 301
- Ka69 D. Kamke, in Proc.Conf.Clust.Phen.Nucl. Bochum (1969),
IAEA Wien (1969)
- Ka72 D. Kamke, Ann.Phys. (7) 28 (1972) 193
- Ka74 D. Kamke, Zeitschr.Phys. 271 (1974) 367
- Kr72 J. Krug, Dissertation Bochum (1972) (unveröffentlicht)
- La58 A.M. Lane and R.G. Thomas, Rev.Mod.Phys. 30 (1958) 257
- La71 J.M. Lambert, P.A. Treado, P. Haddad, R.A. Moyle and
J.C. Sessler, Phys.Rev.Lett. 27 (1971) 820
- Lo66 N. Longequeue, J.F. Cavaignac, E. Ligeon, J.P. Longequeue
et H. Beaumevieille, Journal de Physique 27(1966)42
- Ma68 J.B. Marion and F.C. Young, Nuclear Reaction Analysis
(North-Holland Publishing Company Amsterdam 1968)
- Nü69 F. Nüssling, J. Zimmerer, K.W. Martis and H. Werner,
Nucl.Phys. A123 (1969) 300
- Oh65 C.G. Ohlsen, Nucl.Instr. & Meth. 37 (1965) 240
- Pa54 C.H. Paris, F.P.G. Valcks and P.M. Endt, Physica 20(1954)573
- Pa70 N. Paviot, M. Berrada, B. Frois, L. Marquez, J. Quebert
et N. Scheurer, Journal de Physique 31 (1970) 35
- Qu69 J.L. Quebert and L. Marquez, Nucl.Phys. A126 (1969) 646
- Qu72 U. Quast, Dissertation Bochum 1972 (unveröffentlicht)
- Qu73 U. Quast and U. Nocken, Nucl.Instr. & Meth. 109 (1973) 407
- Ri74 A. Richter, in Nuclear Spectroscopy ed. J. Cerny
(Academic Press, New York 1974) part B, p. 343
- Ro75 R. Roy, J. Birchall, B. Frois, U. von Moellendorf,
C.R. Lamontagne and J.R. Slobodrian,
Nucl.Phys. A245 (1975) 87

- Sch70 K. Schäfer, Nucl.Phys. A140 (1970) 9
und K. Schäfer, Dissertation Heidelberg (1968)
- Sch74 E.W. Schmid und H. Ziegelmann, The Quantum Mechanical
Three-Body Problem (Friedrich Vieweg & Sohn,
Braunschweig 1974)
- Va75 V. Valković, D. Miljanić, R.B. Liebert and G.C. Philipps,
Nucl.Phys. A238 (1975) 260
- Wa52 K.M. Watson, Phys.Rev. 88 (1952) 1163
- Wi72 W. von Witsch, M. Ivanović, D. Rendić, V. Valković,
G.C. Philipps and K. Schäfer,
Nucl.Phys. A180 (1972) 402
- Zi75 D. Ziemińska and R.H. Dalitz, Nucl.Phys. A238 (1975) 453
- Zu67 Č. Zupančič in: Les Réactions Nucléaires a trois Corps,
Tagung Zermatt 1967

Herrn Prof. Dr. D. Kamke bin ich für die Anregung zur Untersuchung von Dreiteilchen-Reaktionen, für klärende Diskussionen und für sein förderndes Interesse an dieser Arbeit dankbar.

Herrn Prof. Dr. W. Glöckle und Herrn Dr. T. Sauerland danke ich für Diskussionen, die sehr zum Verständnis der theoretischen Probleme beigetragen haben. Herrn Prof. Dr. A. Richter danke ich für Diskussionen über die Zustandsdichte im ^{12}C .

Besonders danken möchte ich Herrn Dr. J. Krug für zahlreiche Anregungen und Hinweise, für fruchtbare Diskussionen und für die Überlassung seiner Rechenprogramme und Herrn Dipl.Phys. K.-H. Seifert für zahlreiche Diskussionen.

Herr Dr. W. Gemeinhardt hat mir durch die Überlassung seines Projektionsprogrammes einen wichtigen Hinweis zur Entwicklung des hier beschriebenen Projektionsverfahrens gegeben.

Herrn Dipl.Phys. G. Hanke und Frau I. Kamphausen danke ich für die Herstellung der Targets.

Herrn Dr. J. Krug und den Herren Diplomphysikern F. Börchers, M. Hufschmidt, V. Kindt, P. Kohn, E.A. Marlinghaus, Th. Pfeiffer, G. Pospiech und K.-H. Seifert danke ich dafür, daß sie mir während der langdauernden Experimente tagsüber die Bedienung des Beschleunigers abnahmen.

Ohne die Hilfe der Institutswerkstätten hätten die Messungen nicht durchgeführt werden können. Stellvertretend für alle Mitarbeiter möchte ich hier die Werkstattleiter, Herrn K. Becker (Feinmechanische Werkstatt), Herrn H. Presler (Schlosserei), Herrn B. Niesler und Herrn Dipl.Phys. K.H. Rohe (Elektronikwerkstatt) nennen. Herrn Dr. W. Möller und Herrn A. Riedel danke ich für technische Unterstützung am SAMES-Beschleuniger.

Schließlich sind an der vorliegenden Form der Dissertation Frau D. Hake und Frau D. Runzer durch ihre Hilfe der Herstellung der Figuren und Frau D. Boensch und Frau I. Mildt durch die Ausführung der Schreibarbeiten maßgeblich beteiligt.

Lebenslauf

Am 4. August 1942 wurde ich als Sohn des Studienrats Waldemar Nocken und seiner Ehefrau Margarete, geb. Piepenstock, in Schwelm geboren.

Nach vierjährigem Besuch der Volksschule war ich ab Ostern 1953 Schüler des Märkischen Gymnasiums Schwelm. Hier erhielt ich nach Besuch des mathematisch-naturwissenschaftlichen Zweiges am 28. Februar 1962 das Reifezeugnis.

Mit Beginn des Sommersemesters 1962 nahm ich an der Philipps-Universität in Marburg das Studium der Physik auf. Ab Sommersemester 1964 setzte ich dieses Studium an der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität in Bonn fort. Nach Abschluß meiner Diplomarbeit über die "Herstellung von Lithium-gedrifteten Silizium-Detektoren" am Institut für Strahlen- und Kernphysik der Universität Bonn bei Prof. Dr. T. Mayer-Kuckuk bestand ich die Diplom-Hauptprüfung für Physiker am 12. Juli 1969.

Vom Oktober 1969 bis zum 1. Oktober 1970 war ich als Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Experimentalphysik I bei Prof. Dr. D. Kamke beschäftigt. Anschließend wurde ich zum Verwalter der Stelle eines Wissenschaftlichen Assistenten und am 1. Februar 1972 zum Wissenschaftlichen Assistenten an diesem Institut ernannt, an dem ich bis heute tätig bin.

Nach anfänglichen Aufbauarbeiten am Sames-Beschleuniger befaßte ich mich zunächst zusammen mit Dr. U. Quast, Prof. Dr. A. Richter und Dr. G. Schrieder mit Experimenten an der Reaktion ${}^3\text{H}({}^3\text{He}, d){}^4\text{He}$ bei kleinen Einschußenergien. Im Herbst 1972 begann ich mit den Untersuchungen zur vorliegenden Arbeit.

